

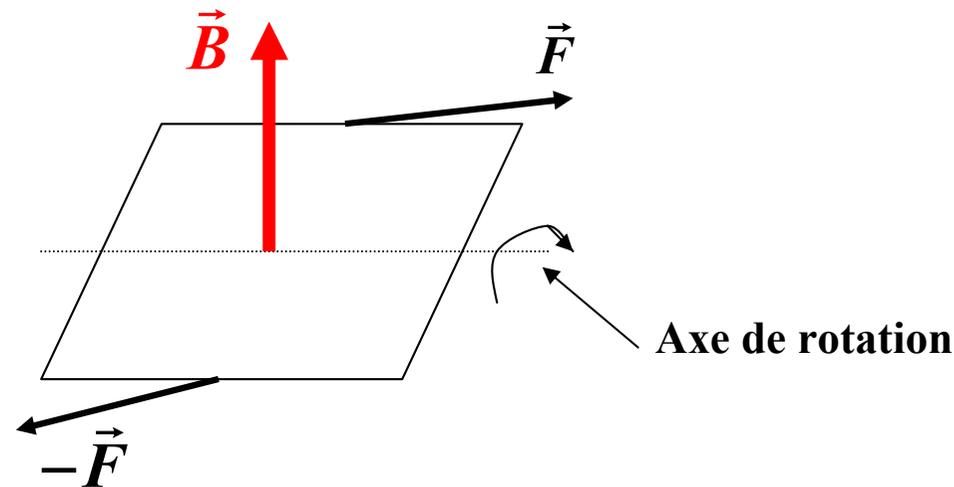
INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

1. EXPERIENCE D'INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE
2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM
3. ETUDE QUANTITATIVE DE LA FÉM
4. FORME LOCALE DE LA LOI DE FARADAY
5. FORME LOCALE DE LA LOI DE FARADAY
6. AUTOINDUCTANCE
7. CIRCUIT RL
8. ENERGIE MAGNETIQUE
9. EXEMPLES PRATIQUES DE L'UTILISATION DE L'INDUCTION

1. EXPERIENCE D'INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

1. Introduction

La symétrie est très importante en physique : Un circuit fermé parcouru par un courant d'intensité I tourne pour s'aligner perpendiculairement au champ magnétique.



L'intensité électrique et le champ magnétique engendrent un moment de force:

$$\vec{M}_F = \vec{m} \times \vec{B}$$

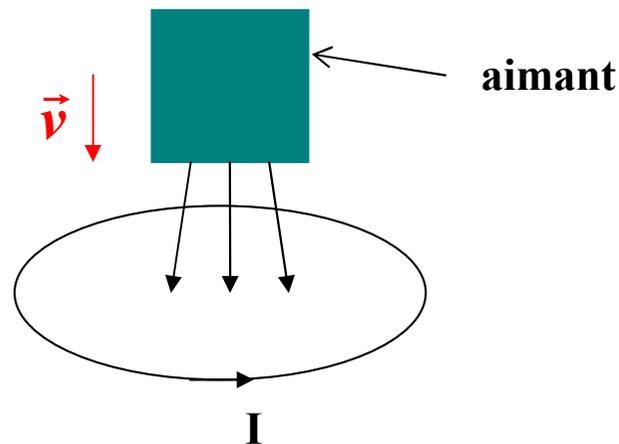
où m est le moment magnétique du circuit.

1. EXPERIENCE D'INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

La symétrie veut que si l'on applique un moment de force à un circuit fermé, placé dans un champ magnétique B , il doit apparaître un courant électrique

La première expérience a été réalisée par Faraday en grande Bretagne et Henry aux USA vers les années 1830 ! C'est le principe des générateurs électriques. Ce principe physique est connu sous le nom *loi d'induction de Faraday*.

Première expérience : La variation du flux du champ magnétique à travers une spire induit un courant électrique qu'on peut mesurer avec un galvanomètre. Ce courant est dit courant induit et la tension correspondante ayant provoqué ce courant est dite *force électromotrice (fém) induite*.

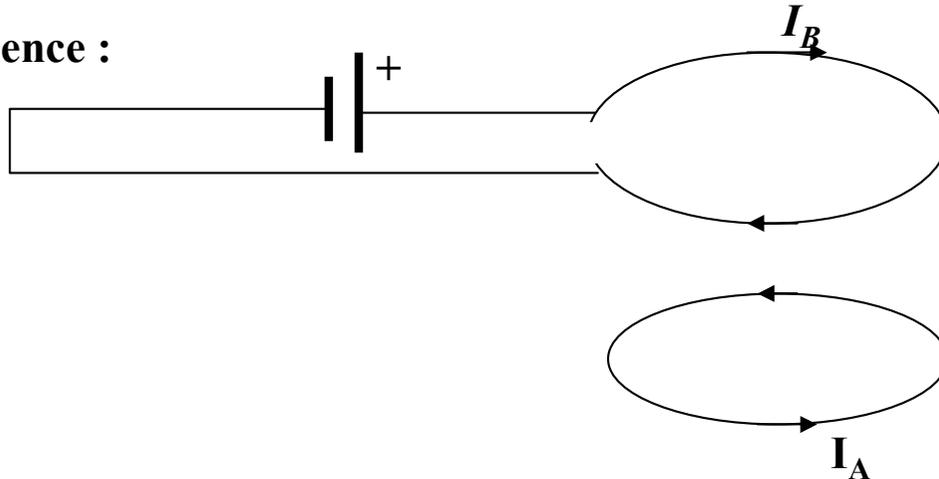


1. EXPERIENCE D'INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

Le courant induit I génère un champ magnétique qui a tendance à s'opposer à la variation du champ magnétique d'induction.

Si on inverse le champ magnétique B , le courant induit est inversé. Des tests ont montré que seul le mouvement relatif du circuit et du champ magnétique est important pour générer le même courant induit.

Deuxième expérience :



Si on ferme le circuit B, un courant électrique de sens opposé à celui de B apparaît dans le circuit A. De même si on ouvre le circuit B, un courant I_A de même sens que I_B apparaît dans le circuit A pour empêcher le courant I_B de s'arrêter.

Conclusion : Un courant apparaît dans le circuit A uniquement lorsque le courant I_B dans le circuit B I_A augmente ou diminue.

2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM

Loi d'induction de Faraday :

Une fém est induite dans une boucle quand le flux du champ magnétique change à travers cette boucle.

2. Force électromotrice et Loi d'Ohm

2.1 Loi d'Ohm :

Pour déplacer les charges électriques dans un conducteur il faut les pousser avec une force f .

La vitesse de déplacement dépend du matériau. Pour la plupart des matériaux la densité de courant J est proportionnelle à la force par unité de charge :

$$\vec{J} = \sigma \vec{f}$$

La conductivité électrique σ est une quantité empirique ($1/\sigma = \rho$: la résistivité électrique).

	Matériaux	Résistivité ($\Omega.m$)
Métaux	Argent (Ag)	1.6×10^{-8}
	Cuivre (Cu)	1.7×10^{-8}
	Or (Au)	2.3×10^{-8}
	Aluminium (Al)	2.8×10^{-8}
Semiconducteurs	Silicium (Si)	0.03 – 0.04
	Germanium (Ge)	0.46
Isolant	Eau pure (H ₂ O)	2.5×10^5
	Bois	$10^8 - 10^{11}$

2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM

2.1 Loi d'Ohm (suite):

Dans les circuits c'est la force électromagnétique qui est responsable du déplacement des charges électriques :

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

La vitesse \mathbf{v} est faible et $\mathbf{B} \ll \mathbf{E}$ de telle sorte que la loi d'Ohm s'écrit :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Cette loi est souvent connue sous la forme suivante :

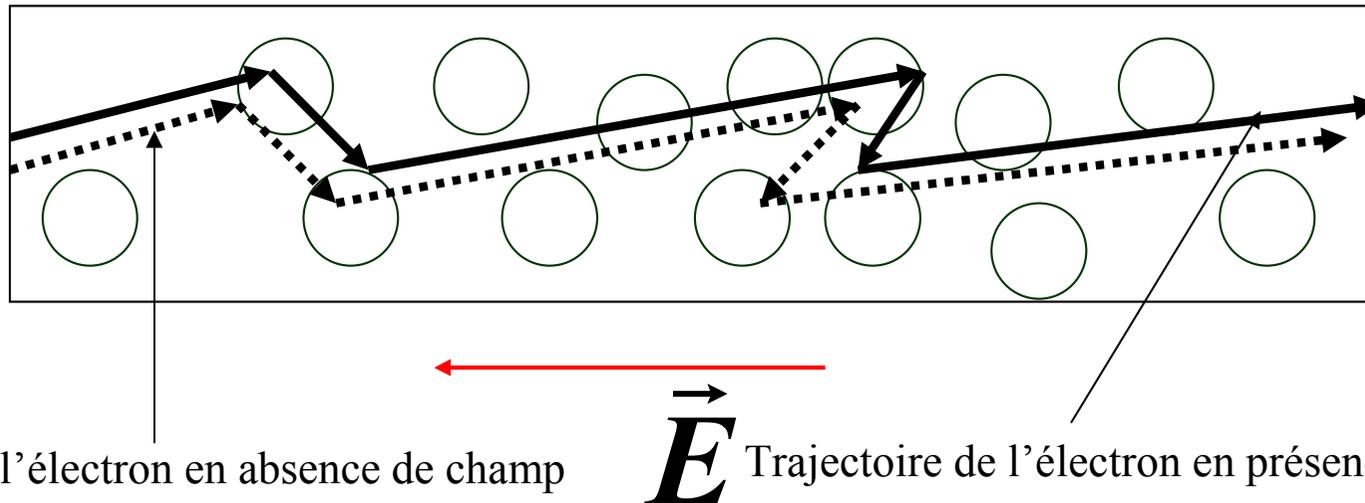
$$V = RI \quad \text{où} \quad R = \rho \frac{L}{S}$$

L étant la longueur du fil électrique et S sa surface transversale

La loi d'Ohm est très difficile à comprendre quantitativement. La force $q\mathbf{E}$ devrait accélérer la charge. Si les charges sont accélérées pourquoi la densité de courant n'augmente-t-elle pas d'une manière infinie en contradiction avec la loi d'Ohm ?

2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM

2.2. Interprétation de la Loi d'Ohm (modèle classique des électrons libres ou de Drude)



Trajectoire de l'électron en absence de champ

\vec{E}

Trajectoire de l'électron en présence de champ

A cause des collisions électron-atome, l'électron parcourt seulement une distance λ appelée le libre parcours moyen entre deux collisions.

Explication naïve :

Temps τ entre 2 collisions: $\tau = \sqrt{\frac{2\lambda}{a}}$ où a est l'accélération due à la force qE .

La vitesse moyenne d'entraînement $\langle v_e \rangle$ est : $\langle v_e \rangle = \frac{1}{2} a \tau = \sqrt{\frac{\lambda a}{2}}$

Cette expression de vitesse n'est pas correcte car elle conduit à une loi d'Ohm en \sqrt{E} .

2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM

2.2 Interprétation de la Loi d'Ohm (modèle classique des électrons libres ou de Drude)

En fait la vitesse des électrons dans les conducteurs est essentiellement due aux effets thermiques et est de l'ordre $\langle v_{th} \rangle \approx 1.6 \times 10^8 \text{ cm/s}$ dans le cuivre.

En l'absence de E les électrons de conduction se déplacent arbitrairement à la vitesse v_{th} .

L'application du champ électrique E donne une vitesse d'entraînement v_e aux électrons

$$v_e = a\tau \quad \text{et} \quad v_e \ll v_{th}$$

Le temps τ entre deux collisions (dit temps de relaxation) est donné alors essentiellement par: $\tau = \frac{\lambda}{v_{th}}$

La densité de courant J est donnée par: $\vec{J} = nq\vec{v}_e = nq \left(\frac{\vec{F}}{m} \right) \tau = \frac{nq^2\tau}{m} \vec{E}$

où n est la densité des porteurs électriques (électrons de conduction) et m la masse de ces porteurs. Par identification avec la loi d'Ohm on déduit que la conductivité électrique est donnée par la formule de Drude :

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m}$$

Remarque : La loi d'Ohm s'applique si λ et v_{th} ne dépendent pas du champ électrique appliqué. Ceci reste en général vrai tant que E n'est pas très grand.

2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM

2.3 Exemple: (modèle classique des électrons libres ou de Drude appliqué au cuivre)

$$\langle v_{th} \rangle \approx 1.6 \times 10^8 \text{ cm/s} \quad \text{et} \quad \langle v_e \rangle \approx 0.01 \text{ cm/s}$$

Calcul de τ et λ du cuivre.

$$\tau = \frac{m}{nq^2 \rho} = \frac{9.1 \times 10^{-31}}{(8.4 \times 10^{26}) \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times 1.7 \times 10^{-8}} = 2.5 \times 10^{-14} \text{ s}$$

$$\lambda = \tau \langle v_{th} \rangle = 2.5 \times 10^{-14} \times 1.6 \times 10^8 = 4 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

$$\lambda = 220 \quad \text{fois le diamètre atomique!}$$

2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM

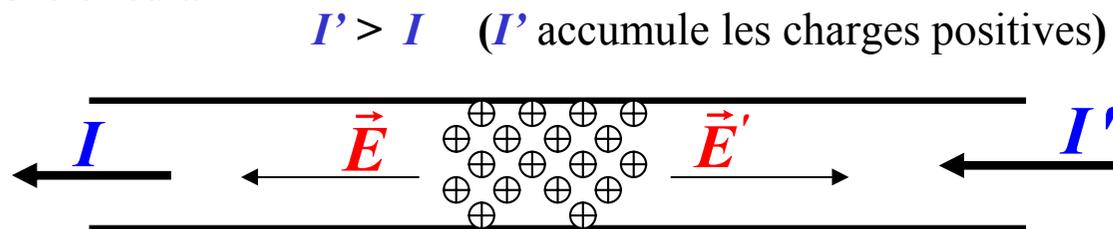
2.4 Force électromotrice :

Dans l'expression de la loi d'Ohm : $\vec{J} = \sigma \vec{f}$

la force \vec{f} est la force exercée par unité de charge électrique (elle est chimique dans la batterie).

Questions: On peut se demander pourquoi le courant est partout le même dans le circuit, bien que la vitesse d'entraînement $v_e \sim 0.02$ cm/s. Pourquoi ne faut-t- il pas 100 s pour que le courant puisse parcourir 2 cm ? Pourquoi la charge électrique en tout point du circuit se déplace-t-elle en même temps ?

Supposer que le courant n'est pas le même partout dans le circuit. La charge doit donc s'accumuler quelque part dans le circuit.



Il y a alors création des champs E et E' . Le champ E' réduit le courant I' et E augmente le courant I jusqu'à ce que $I=I'$ et ceci se fait partout dans le circuit presque instantanément.

2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM

2.4 Force électromotrice (suite) :

Dans le circuit la force $\vec{f} = \vec{f}_{batt} + \vec{E}$ où \vec{f}_{batt} est la force de la batterie (d'origine chimique ou nucléaire) et \vec{E} le champ électrique qui rend homogène le courant dans le circuit.

$$\oint_C \vec{f} d\vec{l} = \oint_C \vec{f}_{batt} d\vec{l} = \mathcal{E} \text{ (fém)} \text{ car la circulation de } \vec{E} \text{ dans le circuit est nulle.}$$

C'est la force électromotrice qui détermine l'intensité dans le circuit électrique

En effet:

$$\oint_C \vec{f}_{batt} d\vec{l} = \oint_C \frac{\vec{J}}{\sigma} d\vec{l} = \oint_C \frac{I}{S\sigma} dl = RI$$

2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM

2.4 Force électromotrice, loi de Faraday et loi de Lenz :

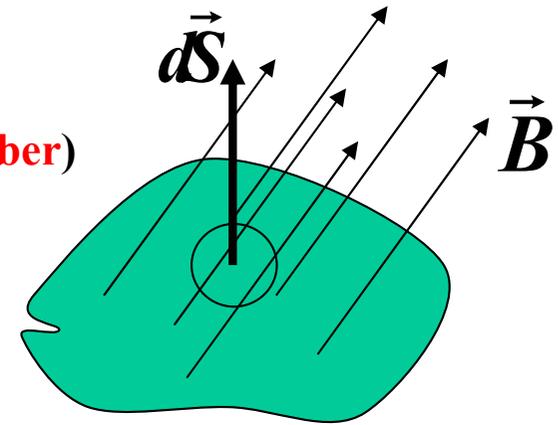
Si un champ électromagnétique traverse une surface élémentaire $d\vec{S}$, l'élément de flux est:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Le flux à travers toute la surface est : $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$ (unité : **Weber**)

Si \vec{B} est constant à travers une surface plate :

$$\Phi = \vec{B} \iint_S d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$



La loi d'induction électromagnétique de Faraday est une loi expérimentale :

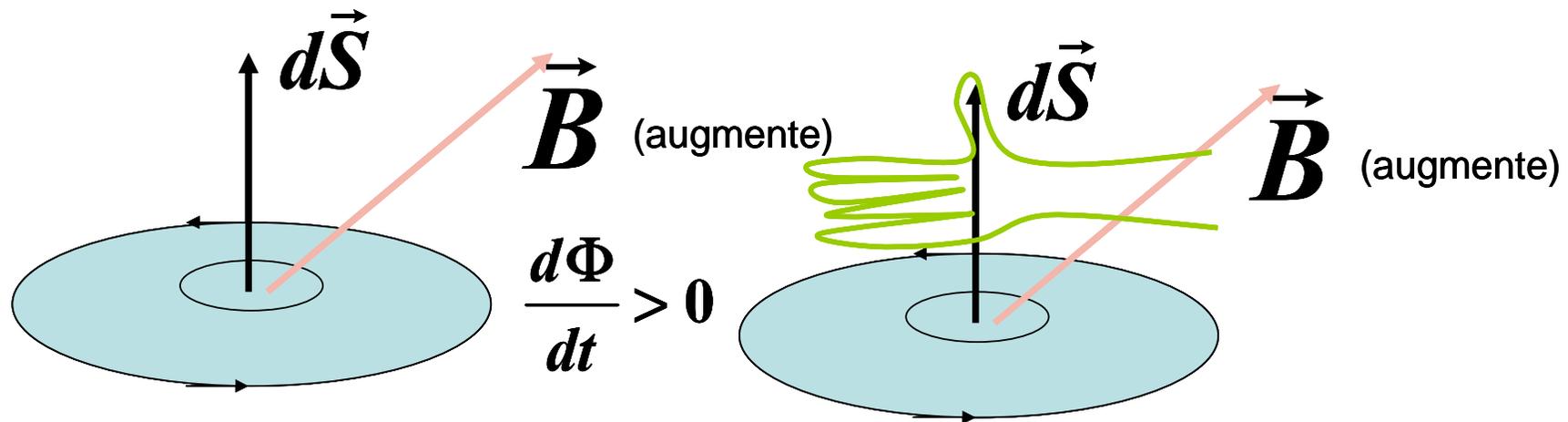
$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{unité : } \mathbf{Volts})$$

2. FORCE ÉLECTROMOTRICE ET LOI D'OHM

2.5 Loi de Lenz :

Un **courant induit** apparaît dans le circuit suivant la direction qui permettra à ce courant de **s'opposer à l'effet qui lui a donné naissance**. Le sens du courant induit est tel qu'il s'oppose à la variation du flux généré par le champ magnétique \vec{B} qui lui a donné naissance. Si, $\Phi \searrow$ le flux du courant induit l'augmente et si, $\Phi \nearrow$ le flux du courant induit le diminue

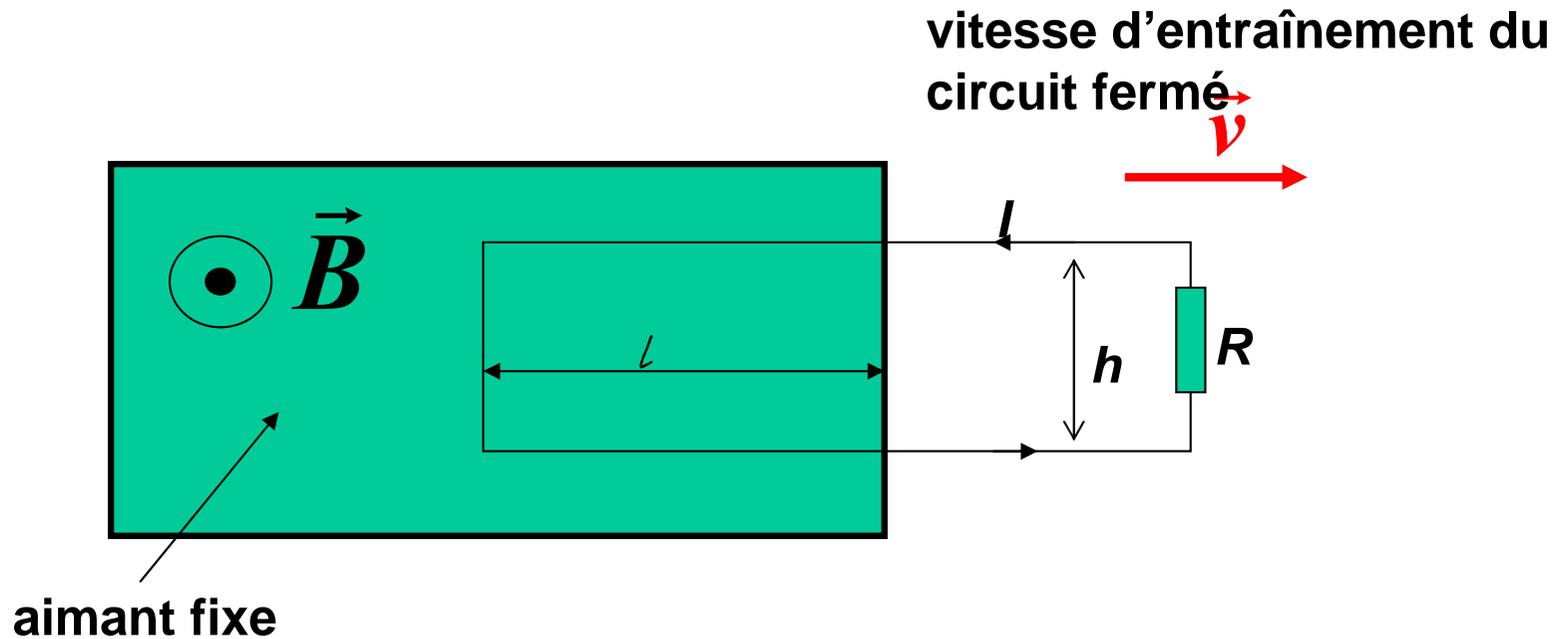
Rappel:



Utiliser la main droite le long du contour de la surface, dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et le pouce montre la direction de la surface (voir figure).

3. ETUDE QUANTITATIVE DE LA FÉM

3.1 Etude quantitative de la fém due au changement du flux magnétique



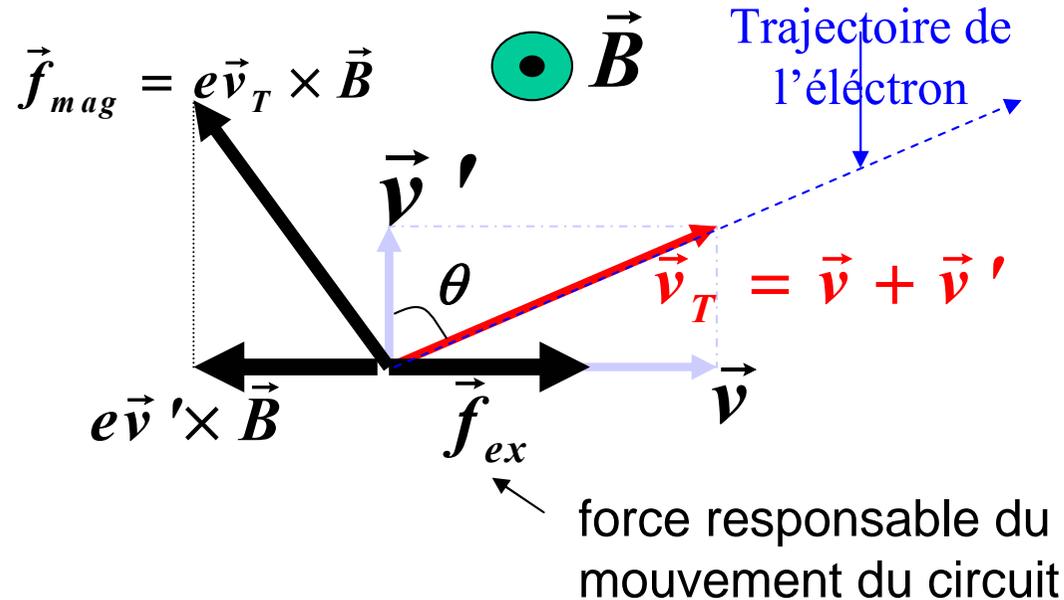
On suppose que les porteurs sont les électrons

Force magnétique par unité de charge: $\vec{f}_{mag} = \vec{v} \times \vec{B}$

$$\mathcal{E} = \oint_c \vec{f}_{mag} d\vec{l} = \oint_c \vec{v} \times \vec{B} d\vec{l} = vBh$$

3. ETUDE QUANTITATIVE DE LA FÉM

Analyse:



La force magnétique induit la fém dans le circuit et pourtant **elle ne travaille pas** !

La force extérieure (\vec{f}_{ex}) qui est responsable du travail dans le circuit. La force doit s'opposer à la Force magnétique $e\vec{v}'\vec{B}$. L'électron se déplace suivant la vitesse \vec{v}_T et parcourt la distance $h/\cos\theta$.

Le travail de l'agent extérieur par unité de charge est :

$$\int \vec{f}_{ex} d\vec{l} = \int v' B dl \sin \theta = v' B \frac{h}{\cos \theta} \sin \theta = v' B h \tan \theta = v B h$$

Remarque : La force magnétique ne travaille pas car elle est toujours perpendiculaire aux déplacements des porteurs dans le circuit

3. ETUDE QUANTITATIVE DE LA FÉM

3.2 Connexion du travail de l'agent extérieur à la variation du flux de B à travers le circuit :

Le flux de B est : $\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S} = Bh l$

et la variation du flux de B est : $\frac{d\Phi}{dt} = Bh \frac{dl}{dt} = -Bh v$

(le signe moins vient du fait que l **décroit** avec le temps)

$$\Rightarrow \mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

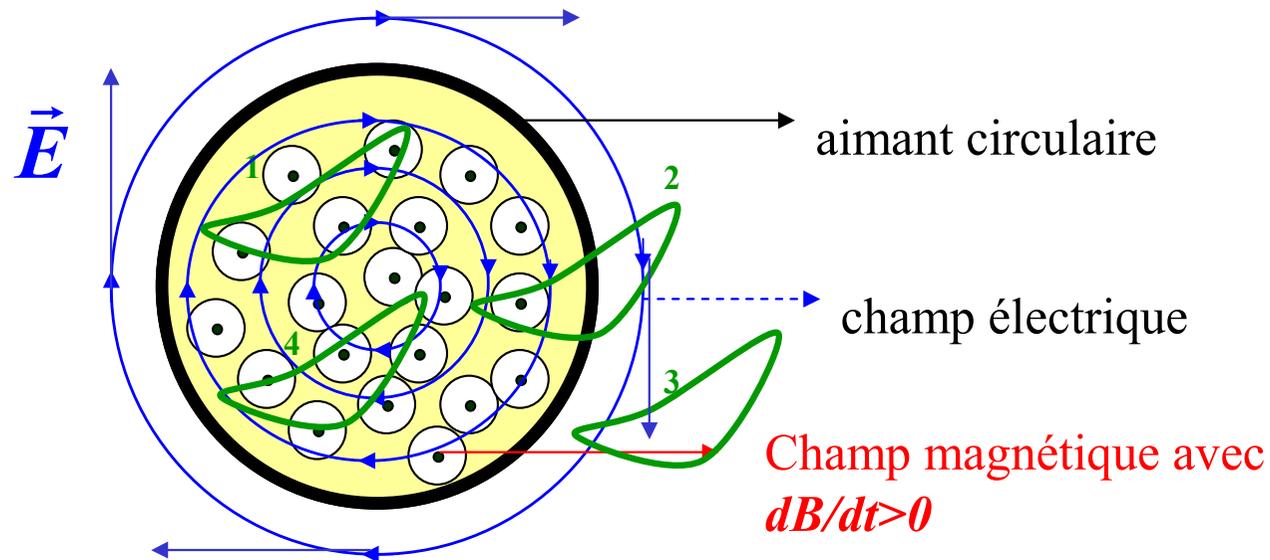
Remarque : La **fém** est créée par le mouvement relatif du circuit et du champ magnétique. Si le circuit est fixe et on fait varier le champ magnétique, le flux à travers le circuit change, et une **fém** apparaît dans le circuit. La force responsable de la **fém** ne peut être d'origine magnétique car le circuit est fixe. La force qui génère la fém est d'origine électrique.

$$\mathcal{E} = \oint_e \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{forme intégrale de la loi de Faraday})$$

Conclusion : Un champ magnétique changeant produit un champ électrique même en absence d'une spire conductrice

3. ETUDE QUANTITATIVE DE LA FÉM

3.3 champ magnétique changeant produit un champ électrique



$$\oint_e \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow -2\pi r E = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

Les boucles fermées 1 et 4 ont la même fém car le flux de \mathbf{B} est maximal. La fém de la boucle 2 est plus faible car il y a moins de variation de flux qui la traverse. Pour la boucle 3, la fém est nulle car la variation du flux magnétique qui la traverse est nulle bien qu'un champ électrique existe en tout point de cette boucle (sa circulation est nulle).

4. FORME LOCALE DE LA LOI DE FARADAY

4.1 Forme locale de la loi de Faraday

$$\oint_c \vec{E} d\vec{l} = \iint_{\Sigma} \nabla \times \vec{E} d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \iint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{S} = \iint_{\Sigma} -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$
$$\Rightarrow \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Remarque : On retrouve le résultat de l'électrostatique si $\vec{B} = \text{Cst} \Rightarrow \nabla \times \vec{E} = \vec{0}$

4.2 Analogie : Loi de Faraday et loi d'Ampère; détermination de \vec{E} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{loi de Faraday}) \\ \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (\text{loi d'Ampère}) \\ \nabla \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{car E est créée par la variation de B}) \\ \nabla \vec{B} = \vec{0} \quad (\text{absence de monopole}) \end{array} \right.$$

4. FORME LOCALE DE LA LOI DE FARADAY

Détermination du champ électrique

\vec{E} est déterminé à partir de $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ comme \vec{B} est déterminé à partir de $\mu_0 \vec{J}$

Rappel :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_D \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} d^3 r'$$

On peut déduire que :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iiint_D \frac{-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} d^3 r'$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{1}{4\pi} \iiint_D \frac{\vec{B} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} d^3 r' \right) = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

On peut facilement vérifier que :

$$\nabla \times \vec{E} = \nabla \times \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial \nabla \times \vec{A}}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

5. INDUCTANCE ELCTROMAGNETIQUE

5.1 Inductance mutuelle:

Soient deux boucles C_1 et C_2 (voir figure) et on veut déterminer l'inductance mutuelle M_{21} des deux boucles. On suppose que la boucle C_1 est parcourue par un courant électrique d'intensité I_1 .

Le champ magnétique B_1 créé par le circuit C_1 est :

$$\vec{B}_1(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \oint_{C_1} \frac{d\vec{r}_1 \times (\vec{r} - \vec{r}_1)}{\|\vec{r} - \vec{r}_1\|^3}$$

Le champ B_1 est proportionnel à l'intensité I_1 .

Le flux de ce champ à travers le circuit C_2 est donné par :

$$\Phi_2 = \iint_{\Sigma_2} \vec{B}_1 d\vec{S}_2 = M_{21} I_1$$

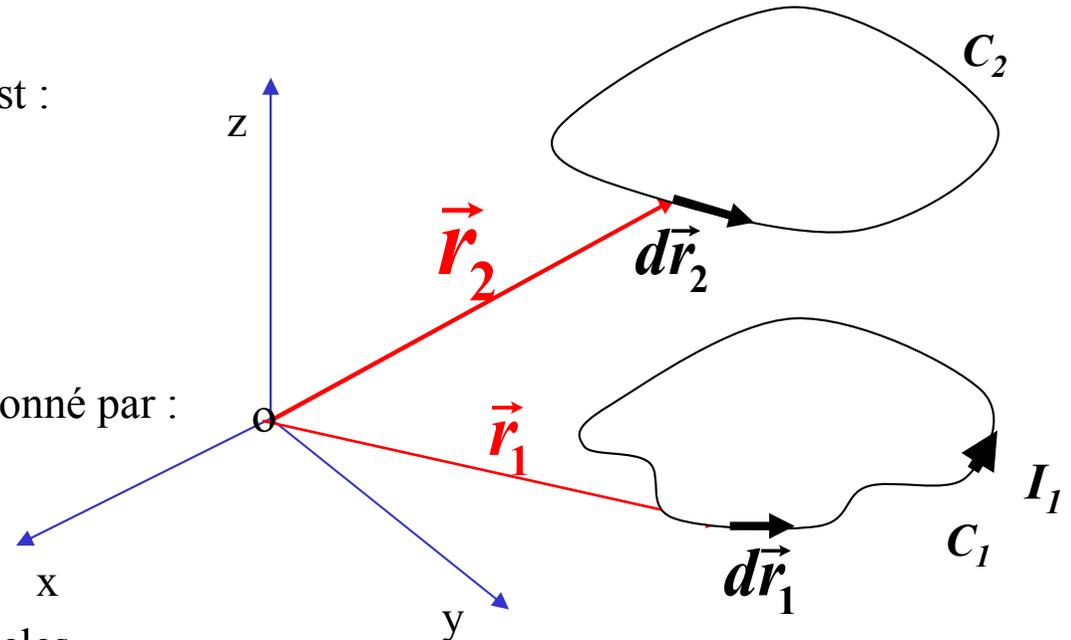
où M_{21} est l'inductance mutuelle des deux boucles

$$\Phi_2 = \iint_{\Sigma_2} \vec{B}_1 d\vec{S}_2 = \iint_{\Sigma_2} \nabla \times \vec{A}_1(\vec{r}_2) d\vec{S}_2 = \oint_{C_2} \vec{A}_1(\vec{r}_2) d\vec{r}_2 \quad \text{avec} \quad \vec{A}_1(\vec{r}_2) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \oint_{C_1} \frac{d\vec{r}_1}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|}$$

d'où $\Phi_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} I_1 \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{r}_1 d\vec{r}_2}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|}$ et on déduit que

$$M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{r}_1 d\vec{r}_2}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|}$$

Formule de Neumann



5. INDUCTANCE ELECTROMAGNETIQUE

5.1 Inductance mutuelle (suite) :

Conclusion : M_{21} est purement géométrique, elle dépend seulement des formes, dimensions et positions relatives des deux boucles. La forme M_{21} est inchangée si la boucle C_2 génère le courant électrique. On pose donc :

$$M_{21} = M_{12} = M \quad (\text{inductance mutuelle})$$

Remarque : Il y a une grande différence entre le champ électrique produit par les champs statiques et celui produit par le changement du flux du champ magnétique. Le potentiel électrique scalaire n'a de sens que pour les champs électriques produits par les charges électriques statiques. Il n'a aucun sens pour le champ produit par induction car :

Champ électrique statique:

$$-\int_A^B \vec{E} d\vec{l} = V_B - V_A = 0 \quad \text{Si } A = B$$

Champ électrique d'induction:

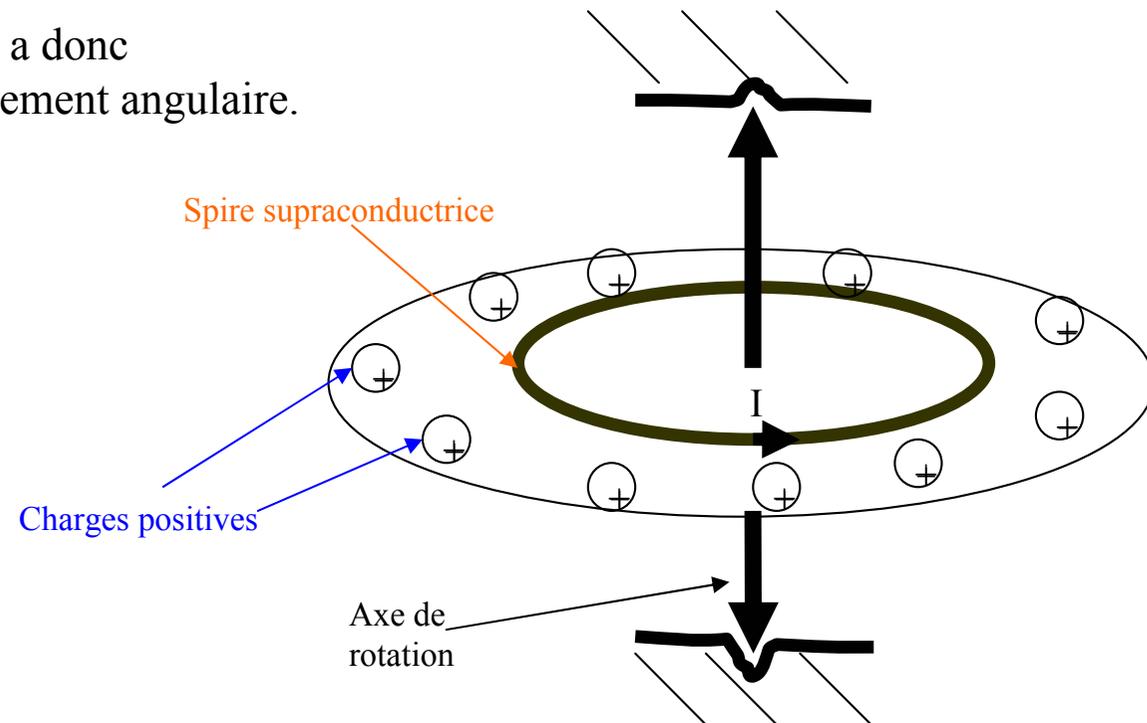
$$\oint_e \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$$

5. INDUCTANCE ELECTROMAGNETIQUE

5.2 Paradoxe :

Une spire supraconductrice est posée sur un plateau circulaire en bois. On fait passer un courant I dans la spire. On fixe des billes chargées sur le plateau (voir figure). Si on augmente la température pour passer de l'état supraconducteur à l'état métallique, est-ce que le plateau tourne ou pas ?

Remarque : Le plateau est isolé. Il y a donc conservation de la quantité de mouvement angulaire.

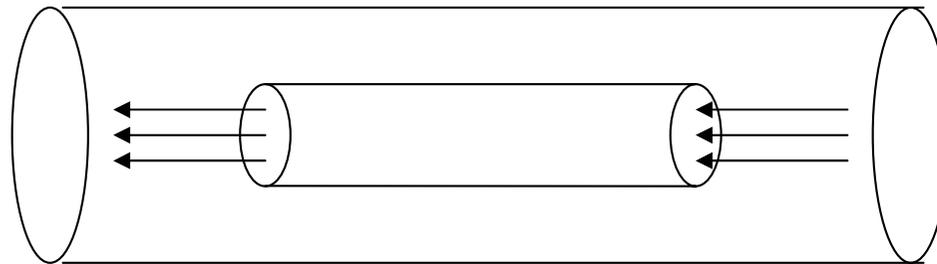


Réponse : le plateau tourne et le moment angulaire est conservé pour le voir suivre la fin de ce cours.

5. INDUCTANCE ELECTROMAGNETIQUE

5.3 Exemple de calcul d'une inductance mutuelle :

Calculer le flux de \mathbf{B} d'une petite solénoïde de rayon R qui se trouve à l'intérieur d'une grande solénoïde (voir figure). Le courant est le même dans les deux solénoïdes



Le problème est difficile car le petit solénoïde est court. Heureusement qu'on peut exploiter le fait que le flux généré par le grand solénoïde sur le petit solénoïde est le même que celui du petit solénoïde tant que le courant dans les deux solénoïdes est le même.

Le champ magnétique dans le grand solénoïde est donné par : $\mathbf{B} = \mu_0 N_2 \mathbf{I}$ (N_2 est la densité de spires)

Le flux à travers le petit solénoïde est :

$$\Phi = \pi R_2 \mathbf{B} (N_1 l) = \mu_0 \pi R_2 N_1 N_2 l \mathbf{I}$$

(où $N_1 l$ est le nombre de spires totales dans le petit solénoïde)

L'inductance mutuelle est :

$$\mathbf{M} = \mu_0 \pi R_2 N_1 N_2 l$$

6. AUTOINDUCTANCE

6.1 L'autoinductance

L'augmentation ou la diminution du courant I dans une spire induit également un courant dans la spire elle-même. Ce courant va s'opposer à l'augmentation de son flux ou à la diminution de ce flux (si ce dernier diminue). Le flux est proportionnel au courant I dans le circuit.

$$\Phi = -L I$$

Le coefficient L est appelé l'**autoinductance** du circuit et est mesuré en **Henry**.
La fém dans le circuit est alors donnée par :

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

Analogie :

Inductance		condensateur
$L = \frac{\mathcal{E}}{-\frac{dI}{dt}}$	\Leftrightarrow	$C = \frac{Q}{V}$

6. AUTOINDUCTANCE

6.2 Exemple de calcul d'autoinductance :

Déterminer l'autoinductance L d'une bobine torique rectangulaire de rayon interne R_a et externe R_b et d'épaisseur h (voir figure)

Le théorème d'Ampère montre que le champ magnétique à l'intérieur du tore est :

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2\pi r}$$

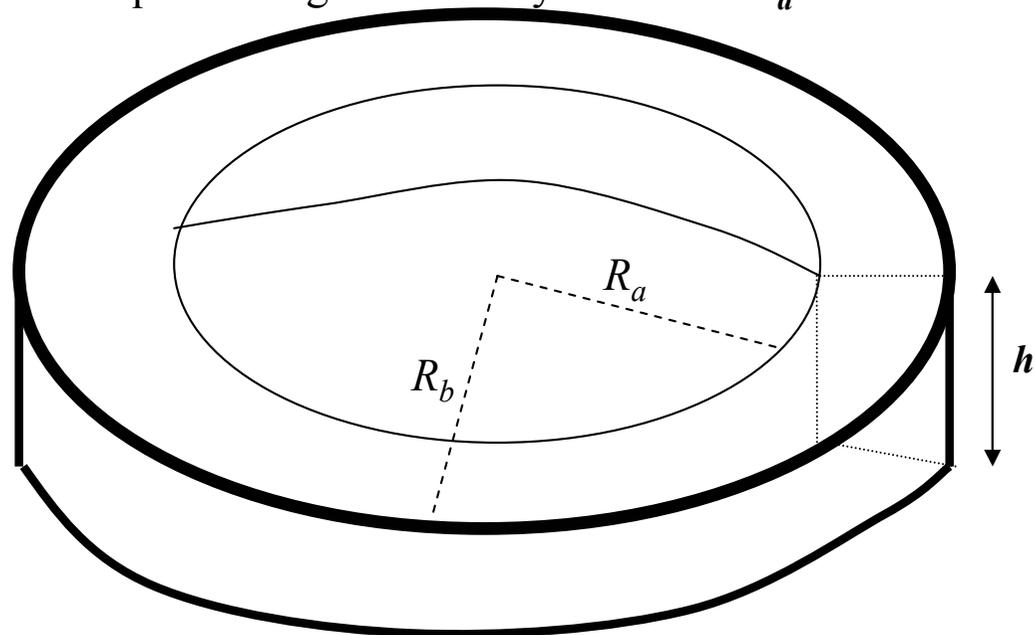
n est le nombre de spires total.

Le flux à travers une spire est :
$$\Phi = \iint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{S} = \frac{\mu_0 I n h}{2\pi} \int_{R_a}^{R_b} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I n h}{2\pi} \text{Ln} \left(\frac{R_b}{R_a} \right)$$

Le flux total est :
$$\Phi_T = n\Phi = \frac{\mu_0 I n^2 h}{2\pi} \text{Ln} \left(\frac{R_b}{R_a} \right)$$

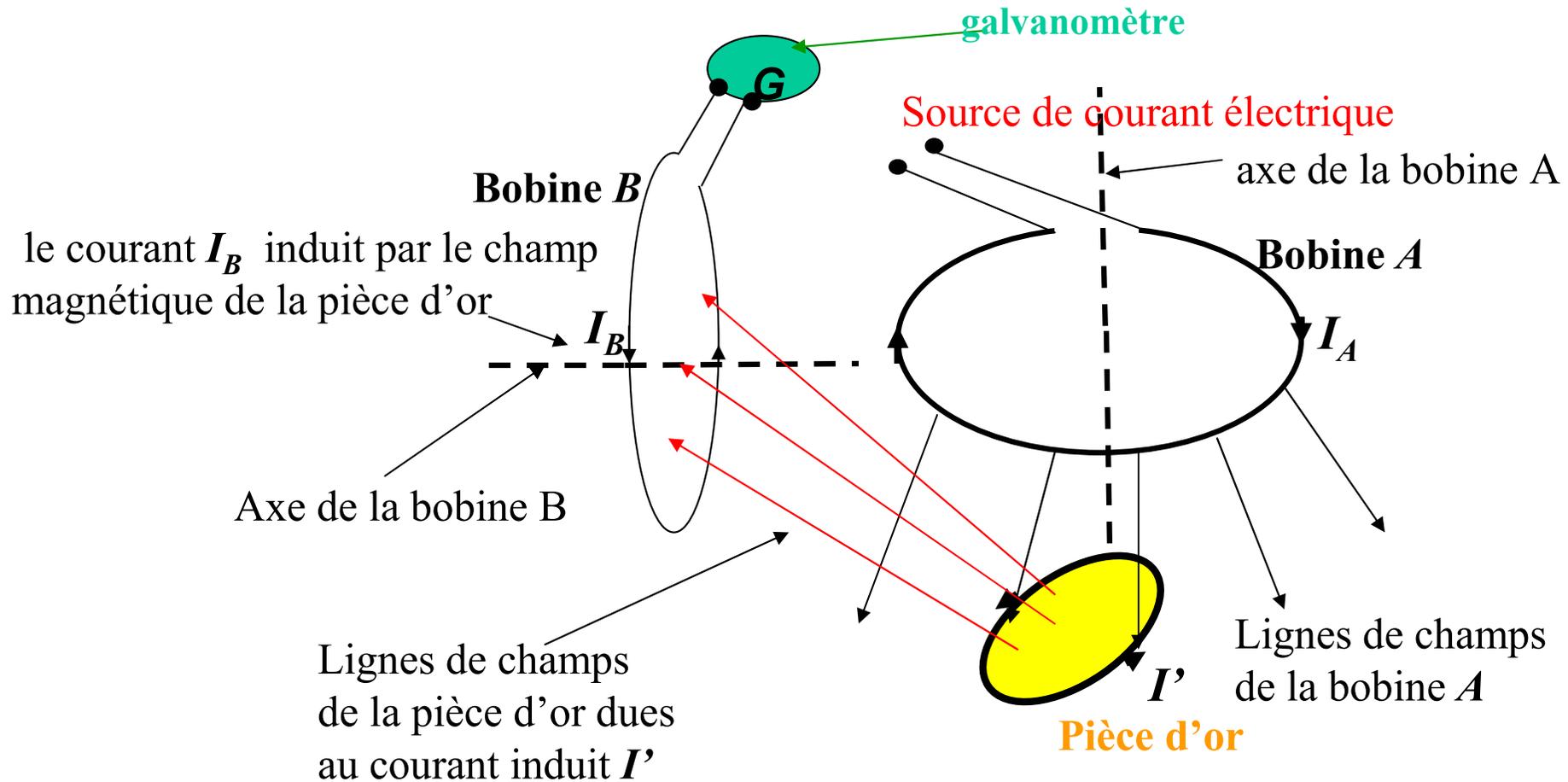
et l'autoinductance est donnée par :

$$L = \frac{\mu_0 n^2 h}{2\pi} \text{Ln} \left(\frac{R_b}{R_a} \right)$$



6. AUTOINDUCTANCE

6.3 Principe du détecteur de métaux :



Le courant dans la bobine **A** ne peut directement induire un courant électrique dans la bobine **B** car leurs deux axes sont perpendiculaires

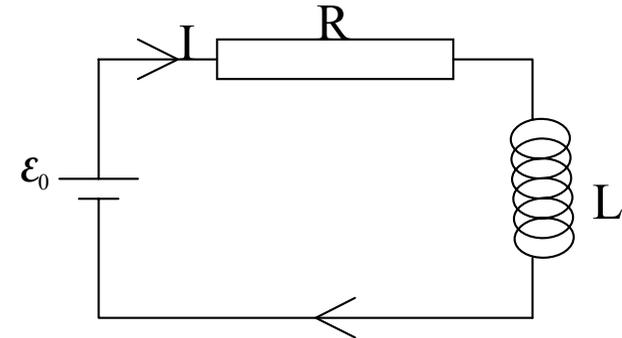
7. CIRCUIT RL

7.1 circuit RL fermé :

Soit un circuit contenant un générateur, une résistance et une inductance.
Déterminer l'évolution de l'intensité en fonction du temps.

$$\underbrace{\mathcal{E}_0 - L \frac{dI}{dt}}_{\text{la fém totale}} = IR$$

la fém totale



On résout cette équation différentielle et on montre que l'intensité est donnée par :

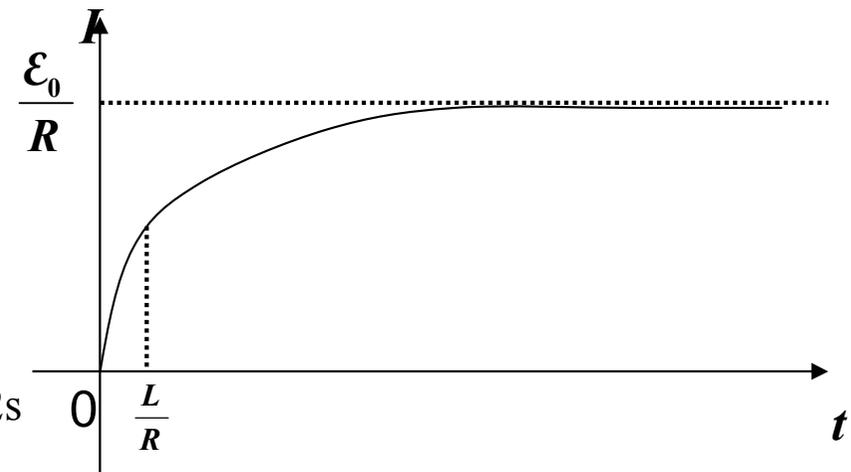
$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = \frac{\mathcal{E}_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}} \right)$$

$\tau_L = L/R$ est la constante de temps inductive

Déterminer le temps nécessaire pour que $I = \mathcal{E}_0/2R$.

Application numérique :

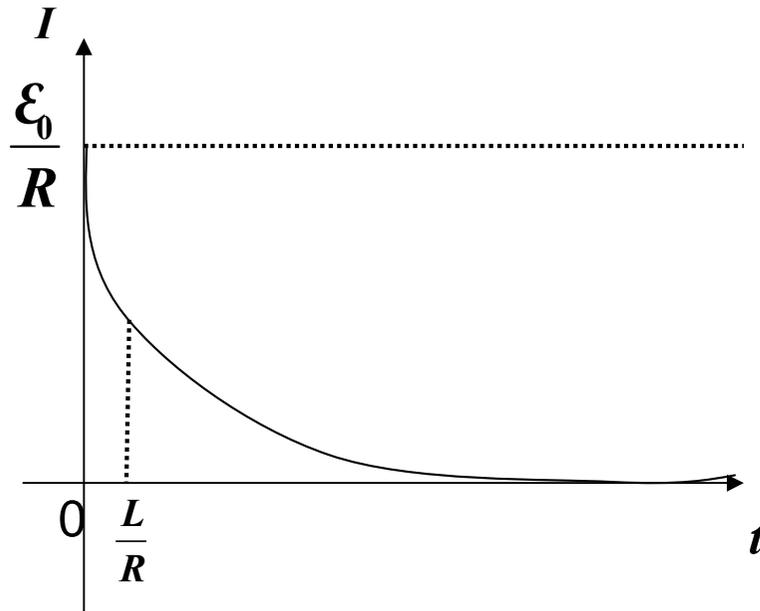
$L=50\text{H}$, $R=30\ \Omega$, $\mathcal{E}_0=100\text{V}$. On obtient $t_0 = \tau_L \ln 2 = 1.2\text{s}$



7. CIRCUIT RL

7.2 circuit RL ouvert :

$$-L \frac{dI}{dt} = IR \quad \rightarrow \quad I = \left(\frac{\mathcal{E}_0}{R}\right) e^{-t/\tau_L} \quad \text{car } I(0) = \mathcal{E}_0/R$$



8. ENERGIE MAGNETIQUE

8.1 Energie magnétique d'un solénoïde :

La puissance \mathcal{P} dans le circuit RL est : $\mathcal{E}I = RI^2 + ILdI/dt.$

La puissance \mathcal{P} dans l'inductance L est : $P = dW/dt = L I dI/dt \quad \rightarrow$

$$W = \int_0^W dW' = \int_0^I LI' \frac{dI'}{dt} dt = \int_0^I LI' dI' = \frac{1}{2} LI^2$$

Le travail est donc donné par : $W = \frac{1}{2} LI^2$ (l'énergie est donc stockée dans le courant électrique)

On peut également montrer que l'énergie est emmagasinée dans le champ magnétique, par analogie avec le condensateur où on a montré que l'énergie est stockée dans le champ électrique.

En effet : L'inductance d'un solénoïde est $L = \mu_0 n^2 l S$ et le flux $\Phi = LI = n l B S$
où l est la longueur du solénoïde, S sa surface et n le nombre de spires par unité de longueur.

Le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde est $B = \mu_0 n I,$

d'où $W = (1/2) LI^2 = (1/2) (\mu_0 n^2 l S) (B/\mu_0 n)^2 = (1/2) B^2 / \mu_0 l S$

$\rightarrow w = dW/dV = (1/2) B^2 / \mu_0$ (densité d'énergie magnétique emmagasinée dans le solénoïde)

8. ENERGIE MAGNETIQUE

8.2 Energie magnétique (cas général)

On peut montrer, d'une façon générale, que l'énergie magnétique est emmagasinée dans le champ magnétique, indépendamment du type de circuit (en volume ou en surface) :

$$\Phi = \iint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{S} = \iint_{\Sigma} \nabla \times \vec{A} d\vec{S} = \oint_C \vec{A} d\vec{l}$$

sachant que $\Phi = LI \rightarrow LI = \oint_C \vec{A} d\vec{l}$

L'énergie de l'inductance est :
$$W = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} I \oint_C \vec{A} d\vec{l} = \frac{1}{2} \oint_C \vec{I} \vec{A} d\vec{l}$$

La généralisation aux courants volumiques est simple :

$$W = \frac{1}{2} \iiint_D \vec{A} \vec{J} d\tau = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_D \vec{A} (\nabla \times \vec{B}) d\tau \quad \text{car} \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

On sait que: $\nabla (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \nabla \times \vec{A} - \vec{A} \nabla \times \vec{B}$ d'où $\vec{A} \nabla \times \vec{B} = \vec{B}^2 - \nabla (\vec{A} \times \vec{B})$

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \left[\iiint_D \vec{B}^2 d\tau - \iiint_D \nabla (\vec{A} \times \vec{B}) d\tau \right] \quad \longrightarrow \quad W = \frac{1}{2\mu_0} \left[\iiint_D \vec{B}^2 d\tau - \oint_{\Sigma} \vec{A} \times \vec{B} d\vec{S} \right]$$

Si on fait tendre le domaine D pour qu'il contienne tout l'espace, l'énergie W devient :

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_{\text{espace}} \vec{B}^2 d\tau \quad \text{car le terme de surface s'annule} \left(\vec{B} \sim \frac{1}{r^2}, \vec{A} \sim \frac{1}{r} \text{ et } \vec{S} \sim r^2 \right)$$

8. ENERGIE MAGNETIQUE

8.3 Analogie entre l'énergie électrique et l'énergie magnétique :

Energie électrique

$$W_E = \frac{1}{2} \iiint_D V \rho d\tau = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint_{\text{espace}} \vec{E}^2 d\tau$$



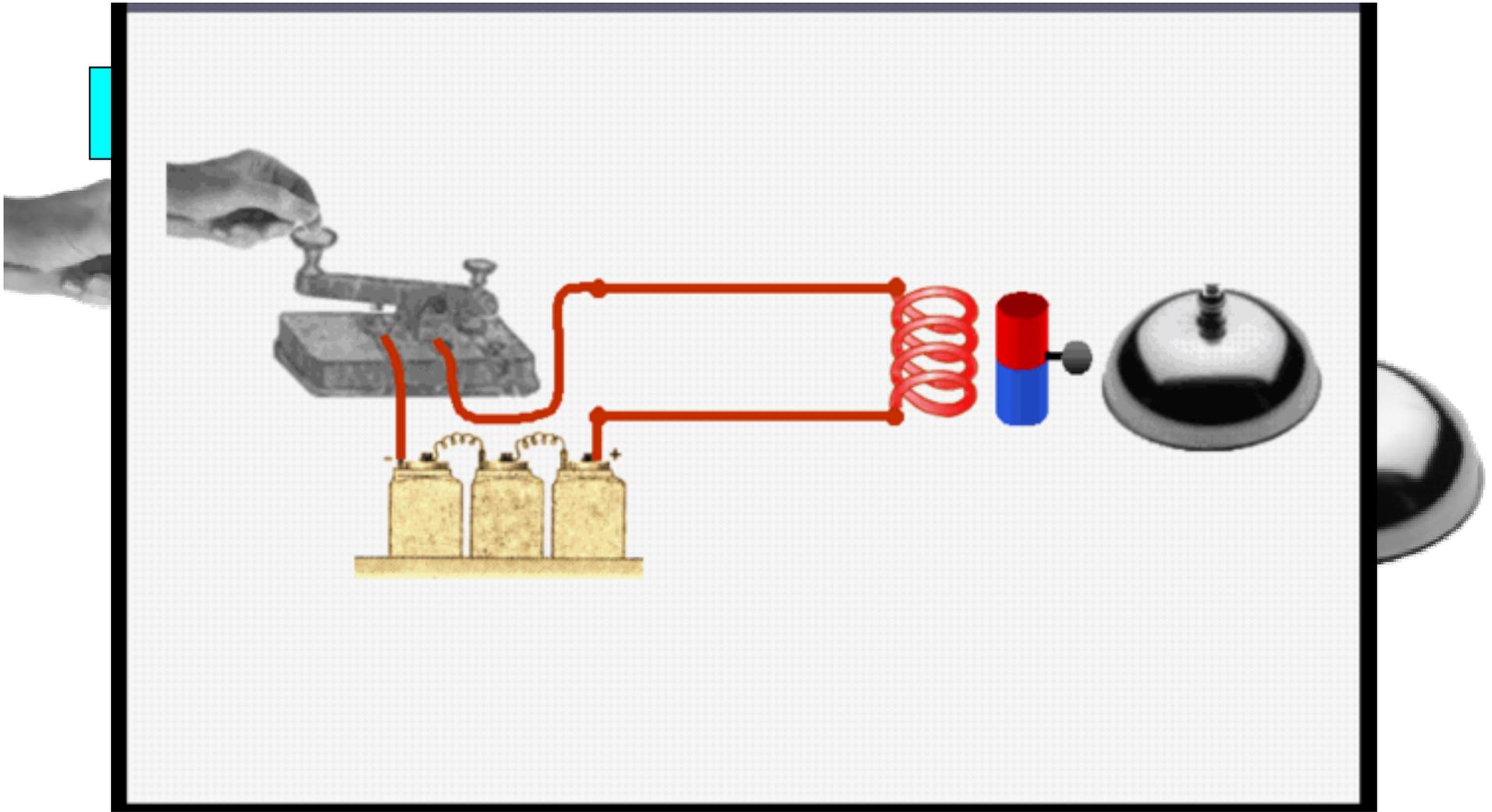
Energie magnétique

$$W_M = \frac{1}{2} \iiint_D \vec{A} \vec{J} d\tau = \frac{1}{2\mu_0} \iiint_{\text{espace}} \vec{B}^2 d\tau$$

où ρ est la densité de charge en tout point du domaine D et V le potentiel associé.

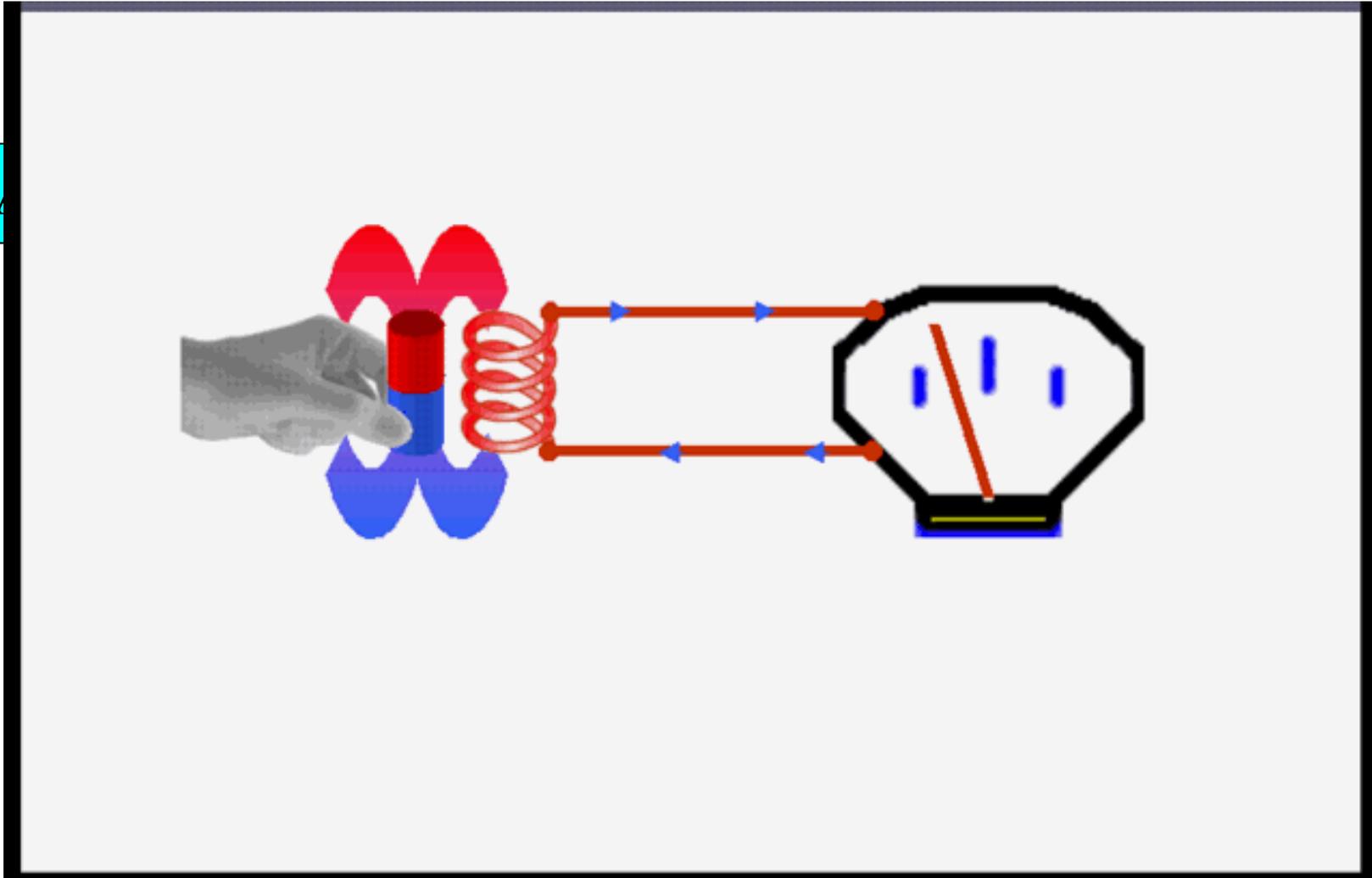
J est la densité de courant en tout point du domaine D et A est le potentiel vecteur du champ magnétique associé.

9. Exemples : COURANT ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTISME OERDSTEDT-AMPÈRE-BIOT-SAVART-ARAGO (1820)



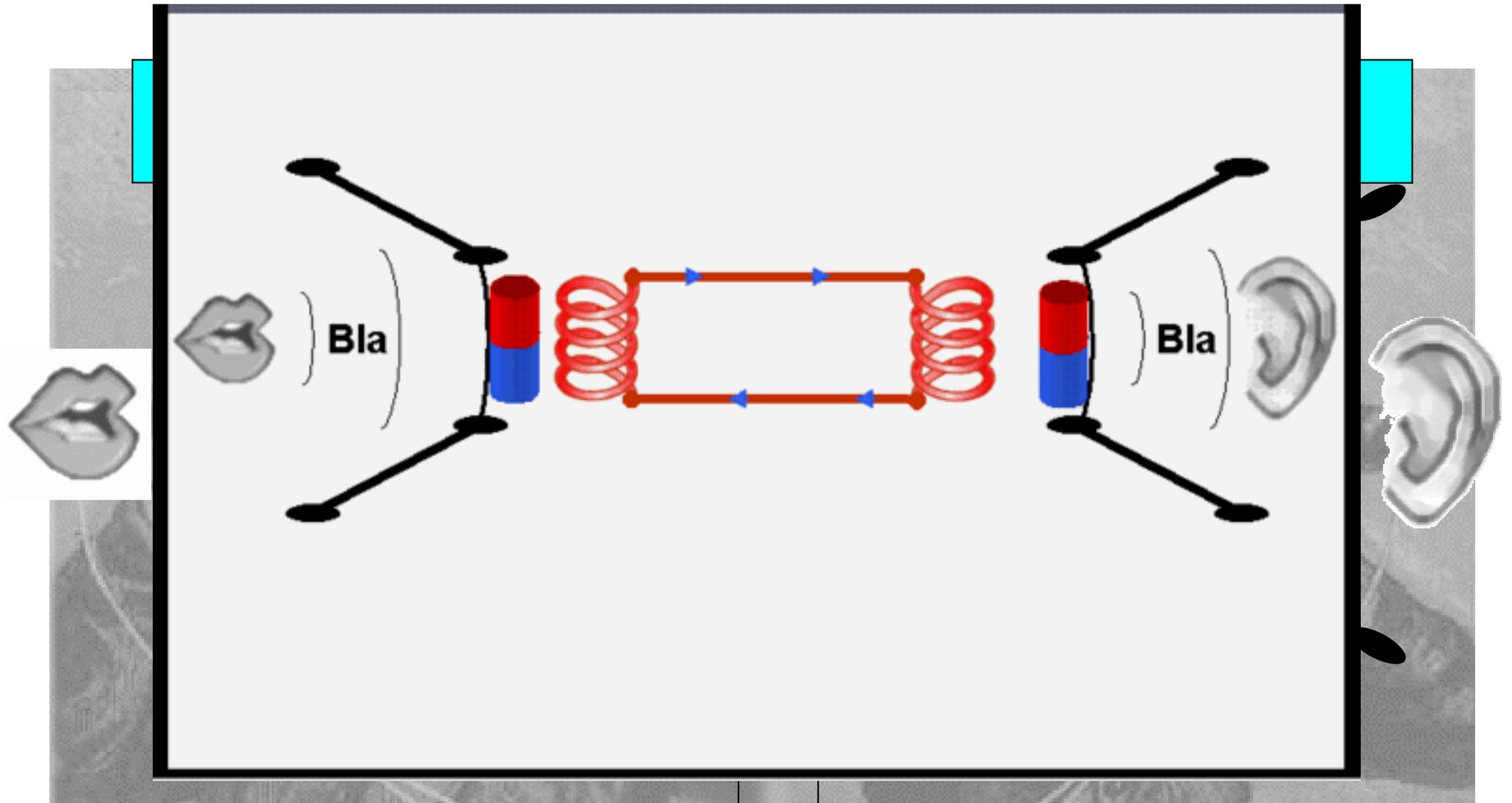
Lorsque le courant passe dans la bobine il crée un champ magnétique qui attire ou repousse l'aimant

9. EXEMPLES : INDUCTION - GÉNÉRATEUR LENZ-FARADAY-HENRY (1830)



Lorsque l'aimant bouge les variations de flux magnétique dans la bobine induisent un courant électrique dans celle-ci

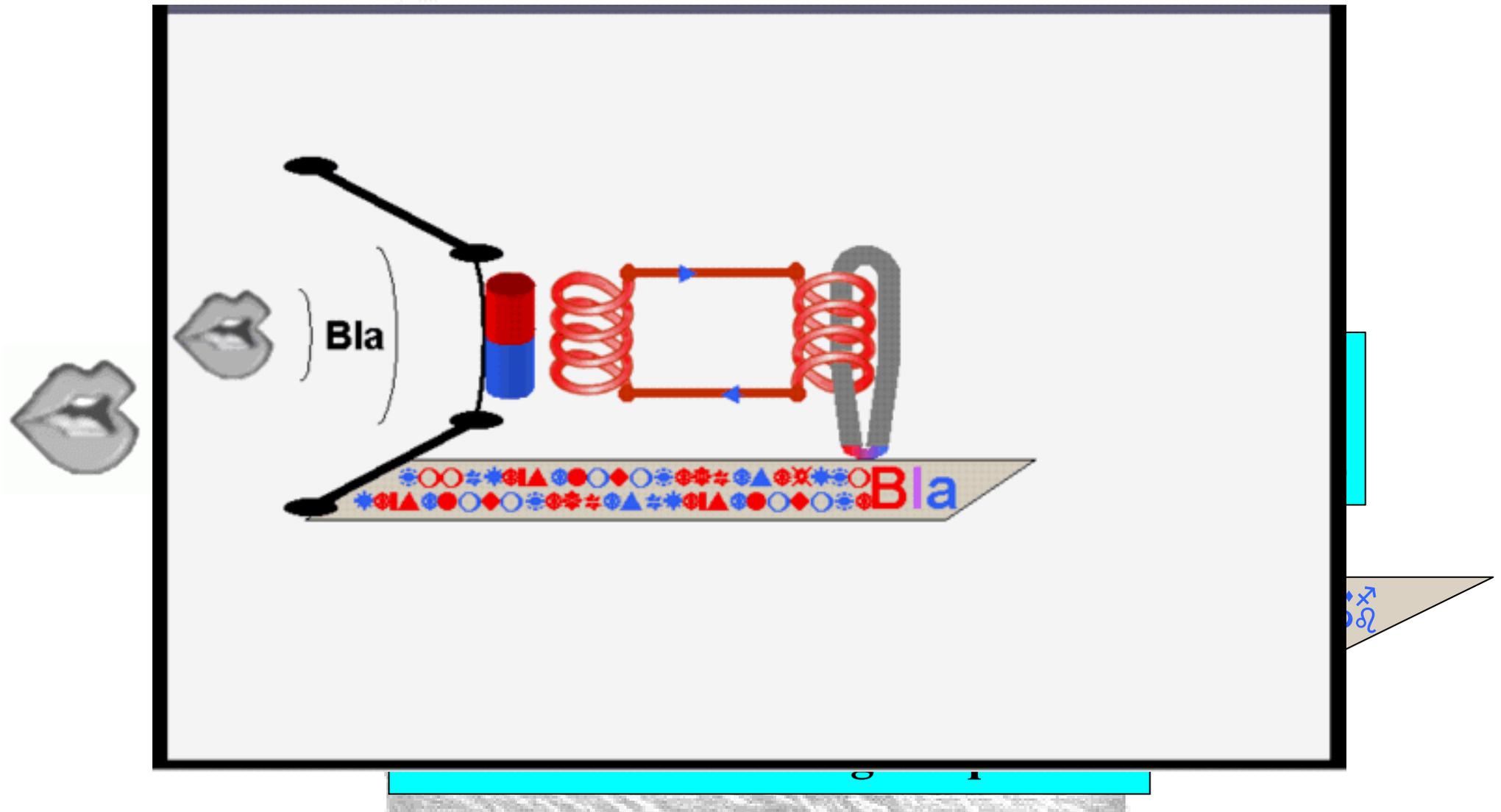
9. EXEMPLES : LE TÉLÉPHONE ÉLECTROMAGNÉTIQUE HUGUES-BELL - 1876



L'aimant vibrant au rythme des ondes sonores induit un courant alternatif dans la bobine

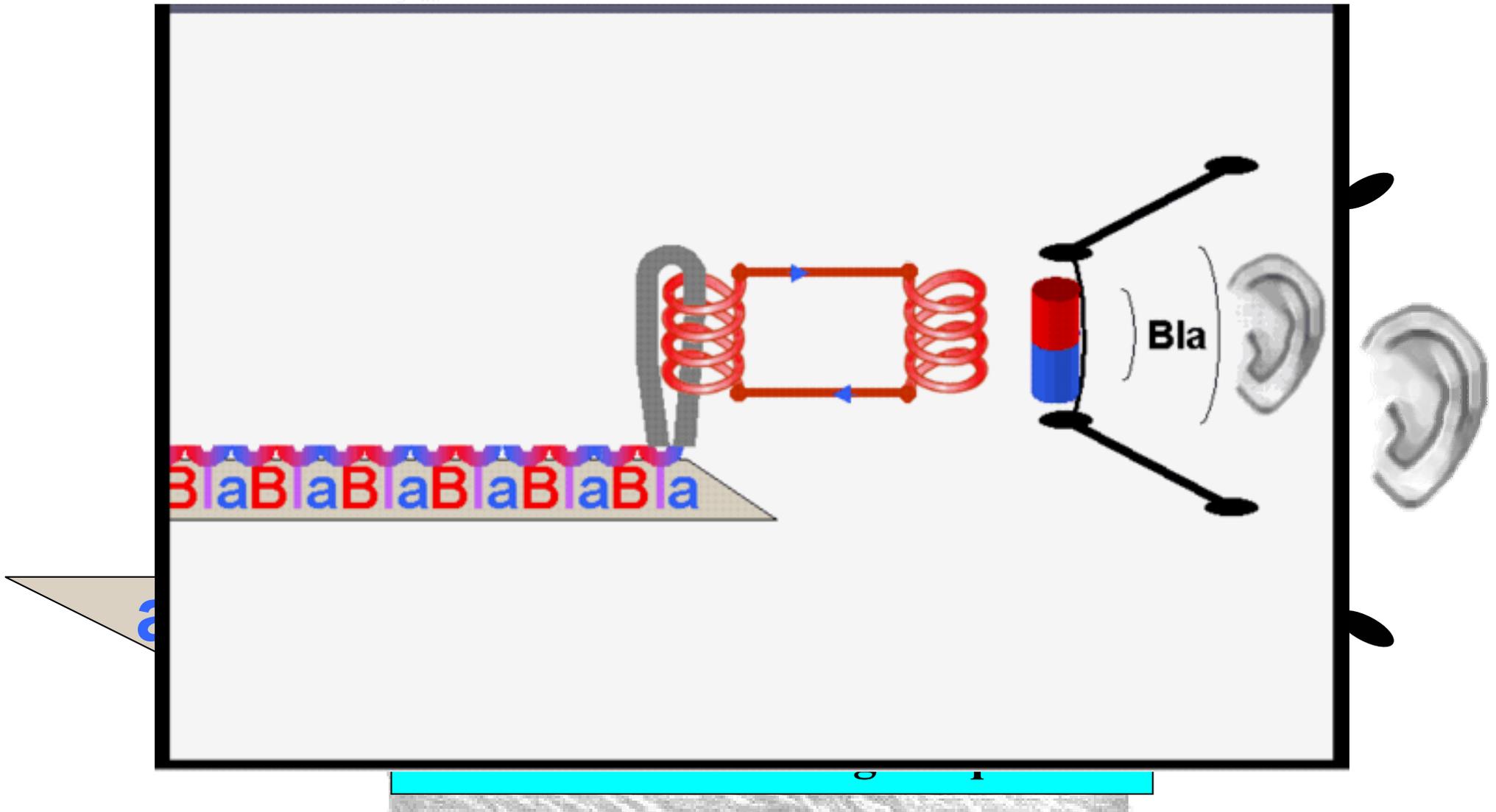
Le courant dans la bobine fait vibrer l'aimant au rythme des ondes sonores à l'émetteur

9 EXEMPLES : LE MAGNÉTOPHONE - ENREGISTREMENT POULSEN - 1898



Le courant produit dans le microphone crée un champ magnétique dans la tête d'écriture qui oriente plus ou moins les milliers d'aimants de la bande

9. EXEMPLES : LE MAGNÉTOPHONE - REPRODUCTION



Les milliers d'aimants orientés de la bande induisent un courant modulé dans la tête de lecture qui fait vibrer la membrane de l'écouteur