

INTERACTIONS MAGNETOSTATIQUE

1. COURANT ELECTRIQUE
2. FORCE ET CHAMPS MAGNETIQUE
3. THEOREME D'AMPERE
4. RESUME

1 – COURANT ELECTRIQUE

- ✓ **Électrostatique** : Etude des charges au repos (repère lié à l'observateur)
- ✓ **Magnétostatique** : Etude des charges en mouvement uniforme

1.1 – Densité et intensité du courant électrique

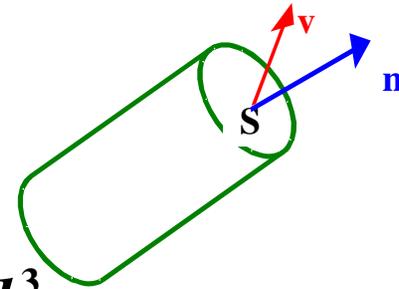
Soit un milieu dans lequel des charges de densité ρ se déplacent avec une vitesse \mathbf{v} uniforme et dS un élément de la surface qui délimite ce milieu.

La quantité de charges traversant dS pendant dt :

$$d^3q = \rho d^3r = \rho v dS dt \cos(\vec{v}, \hat{n})$$

Vecteur densité de courant : $\vec{j} = \rho \vec{v}$ avec $\vec{j} \cdot \hat{n} = \frac{d^3q}{dS dt}$

La quantité de charge traversant la surface unité et par unité de temps est la projection de \vec{j} sur la normale à la surface.



1 – COURANT ELECTRIQUE

✓ Si différents types de porteurs participent à la conduction, chacun présentant une densité volumique n_i et une vitesse v_i

$$\vec{j} = \sum_i n_i q_i \vec{v}_i = Nq \langle \vec{v} \rangle$$

N : nombre total de porteurs de charges

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{N} \sum_i n_i \vec{v}_i \text{ vitesse moyenne}$$

Exemple : Le cuivre, un conducteur, a un électron de conduction/ atome ($q = -e$)

$$\vec{j} = - \frac{N_A \rho_m}{M} e \langle v \rangle$$

$N_A = 6,02 \times 10^{23}$ nombre d'Avogadro

M : masse atomique, ρ_m : densité de masse

Définition : L'intensité du courant est la quantité de charge traversant la section droite d'un conducteur par unité de temps.

$$I = \frac{dq}{dt} = \iint_{S_{ouverte}} \vec{j}(\vec{r}) \cdot d\vec{S}$$

$$I = \left(\sum_i n_i q_i \vec{v}_i \right) \cdot \vec{S}$$

✓ Les conducteurs sont caractérisés par la présence de porteurs libres (électrons, ions libres), si $\mathbf{E} = 0$, ces porteurs sont animés de mouvements aléatoires.

✓ L'application d'un champ fait apparaître une force $\vec{F} = q\vec{E}$

⇒ mouvement d'entraînement des charges

1 – COURANT ELECTRIQUE

- ✓ Courant électrique : **flux du vecteur densité** de courant à travers la section droite du conducteur.
- ✓ Régime **stationnaire** : **\mathbf{j}** constant dans le temps
- ✓ Régime **permanent** : **$I = \text{Cte}$** à travers toutes les sections du fil conducteur.

1.2 - Équation de conservation de l'électricité

En électrostatique, la **somme algébrique des charges** électriques d'un système isolé **se conserve**. Lorsque les charges se déplacent, il en résulte une équation de conservation.

1.2.1 - Forme intégrale

La variation de la charge totale contenue dans un volume Ω par unité de temps est le flux total \mathbf{j} à travers la surface S qui le délimite.

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\oiint_S \vec{j} \cdot \vec{n} dS = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho(\vec{r}, t) d^3r = \iiint_{\Omega} \frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} d^3r$$

 $\oiint_S \vec{j}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} + \iiint_{\Omega} \frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} d^3r = 0$

1 – COURANT ELECTRIQUE

1.2.1 - Forme locale

Le **théorème de la divergence** permet de remplacer l'intégrale de surface par une intégrale de volume

$$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{j} d^3r = -\iiint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{r}, t) d^3r$$

Quantité de charge qui quitte par unité de temps le volume Ω

Variation de la charge totale à l'intérieur du volume Ω



en un point $M(x, y, z, t)$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0$$

✓ Pour un courant **stationnaire**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$$

densité de charges est **indépendante du temps**

✓

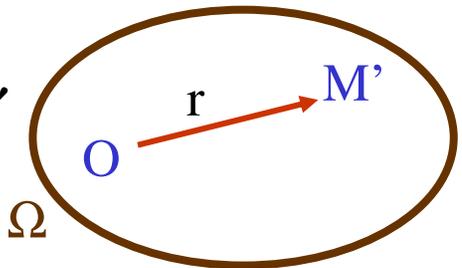
Pour un courant **non stationnaire** $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

densité de charges est **fonction de la position et du temps**

1 – COURANT ELECTRIQUE

1.3 - Conductivité électrique

Dans un solide, la densité moyenne de charge et le champs moyen :

$$\langle \rho \rangle = \frac{1}{\Omega} \iiint_{\Omega} \rho(\vec{r}') d^3 r' \quad \langle \vec{E} \rangle = \frac{1}{\Omega} \iiint_{\Omega} \vec{E}(\vec{r}') d^3 r'$$


- ✓ En l'absence d'action extérieure $\langle \rho \rangle = \mathbf{0}$ et $\langle \vec{E} \rangle = \mathbf{0}$
- ✓ Sous l'action d'un champ électrique extérieur les porteurs libres sont mis en mouvement dans le milieu.

1.3.1 - Principe d'Ohm-Kirchhoff

En régime permanent, le vecteur densité de courant, lié directement à la vitesse de déplacement des charges libres, est proportionnel au vecteur champ :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$$

σ : conductivité du milieu conducteur

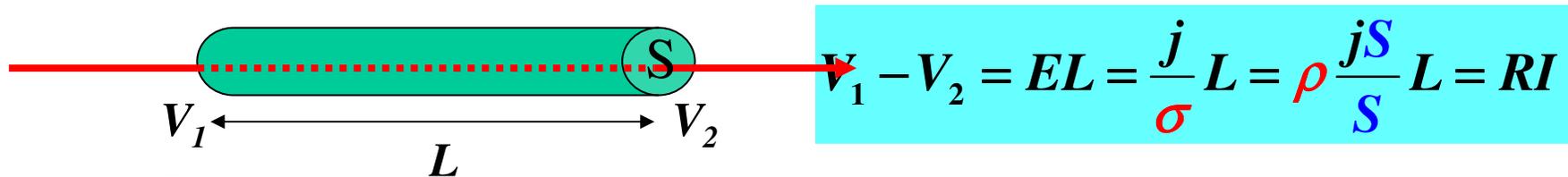
ρ : résistivité

Attention: Il ne faut pas confondre le symbole de la résistivité avec celui de la densité de charge

1 – COURANT ELECTRIQUE

1.3.2- Loi d'Ohm

La circulation de \vec{E} le long d'un conducteur homogène de section uniforme S et de longueur L est égale à la d.d.p aux extrémités du conducteur.



$R = \rho \frac{L}{S}$ **Resistance** : caractérise la nature et la géométrie du milieu,
 \Rightarrow mesure l'opposition du milieu au déplacement des charges.

ρ : résistivité ; σ : conductivité

- ✓ La relation $\vec{E} = \rho \vec{j}$ est l'équivalent microscopique de $V = RI$
- ✓ Un conducteur obéit à la loi d'Ohm si \vec{E} est fonction linéaire de \vec{j}
- ✓ La loi d'Ohm est une **loi spécifique** de certains matériaux et **ne constitue pas une équation générale** de l'électromagnétisme.

1 – COURANT ELECTRIQUE

Unités :

Intensité	I	A (Ampère)
Densité de courant	j	A.m ⁻²
Résistance	R	Ω (Ohm)
Résistivité	ρ	Ω.m
Conductivité	σ	Siemens.m ⁻¹

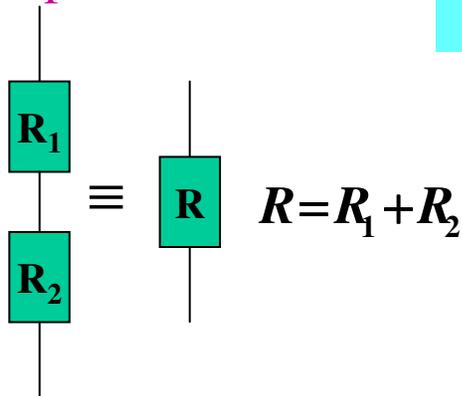
Ordre de grandeur :

	ρ (Ω.m) x 10 ⁻⁸
Ag	16
Cu	17
Al	28
C	35 000

Loi de combinaison des résistances

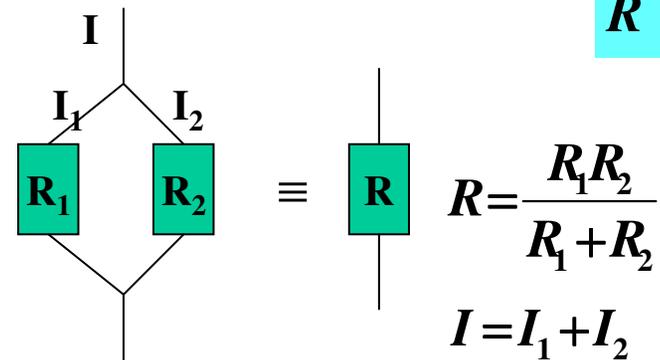
✓ Groupement en série

$$R = \sum_i R_i$$



✓ Groupement en parallèle

$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$



2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

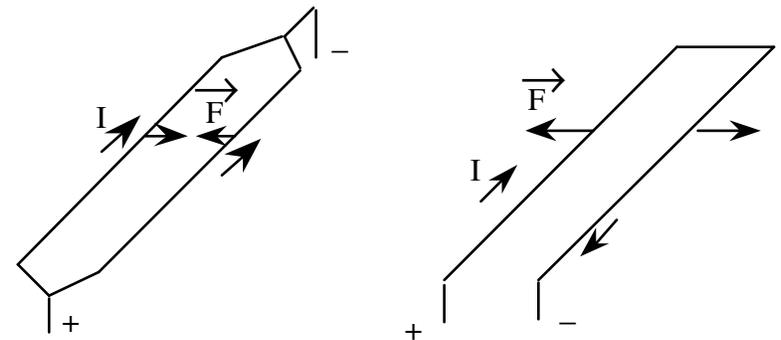
2.1 – Interactions magnétiques

Historique

1600 :	W.G. De Magnete	Aimants naturels : champs magnétique terrestre
1820 :	H.C. Oersted	Déviaton d'une boussole / à fil électrique
1831 :	Faraday et Ampère	Création du courant par un aimant en mouvement
1888 :	Maxwell et Hertz	Mise en évidence des ondes électromagnétiques

2.1.1 – Loi de forces

Observations expérimentales : Mise en évidence d'une force s'exerçant entre des fils conducteurs parallèles parcourus par des courants électriques.



Définition : On appelle force magnétique la force mise en jeu quand les charges sont en mouvement.

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.2 – Champ magnétique

2.2.1 – Force de Laplace et de Lorentz

En tout point de l'espace, la **force magnétique** est caractérisée par :

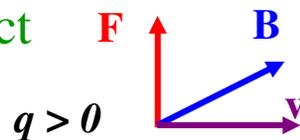
1. direction et intensité dépendent de la direction du mouvement de la particule.
la force est perpendiculaire au vecteur vitesse.
2. toujours normale à une direction fixe de l'espace
3. intensité proportionnelle à la composante de la vitesse normale à cette direction fixe.



introduction du champ magnétique **B**

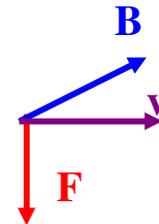
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$(\mathbf{v}, \mathbf{B}, \mathbf{F})$: trièdre direct



$q > 0$

$q < 0$



$$F = qvB \sin(\vec{v}, \vec{B})$$

✓ Unité : $[B] = [F] / [Q] [V]$ **Tesla [T]**

unité du système cgs : **1 Gauss = $10^{-4}T$**

La force électromagnétique totale s'exerçant sur une charge q de vitesse v :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

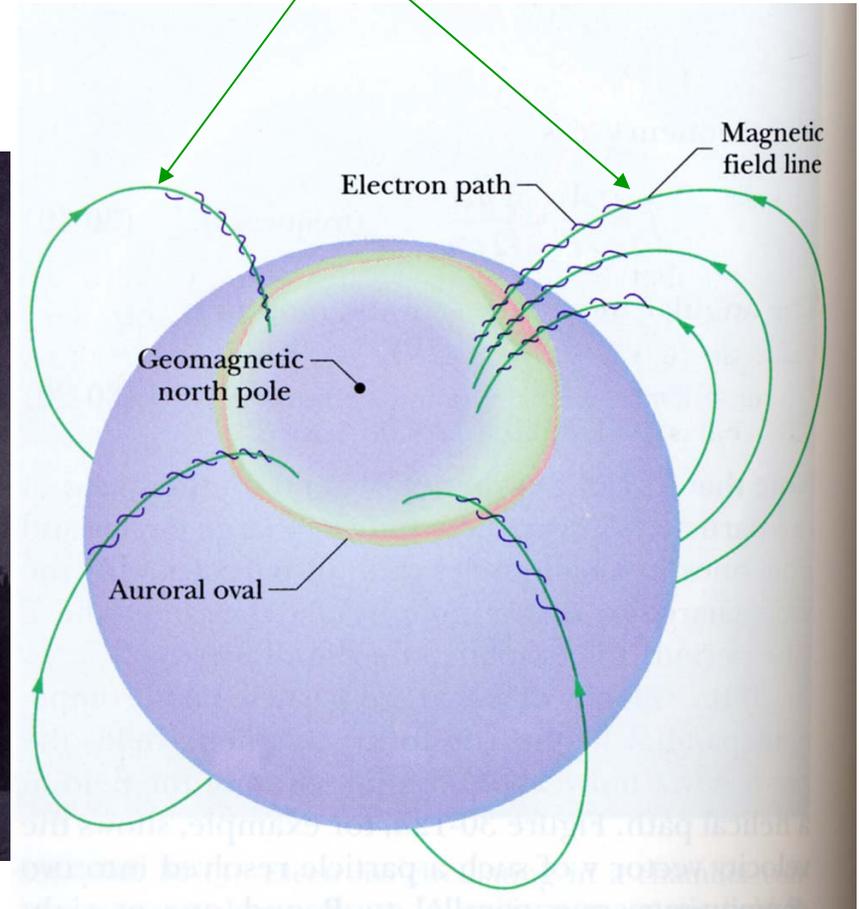
force de Lorentz

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.2.2 - Aurore Boréale :



Lignes du champ magnétique terrestre

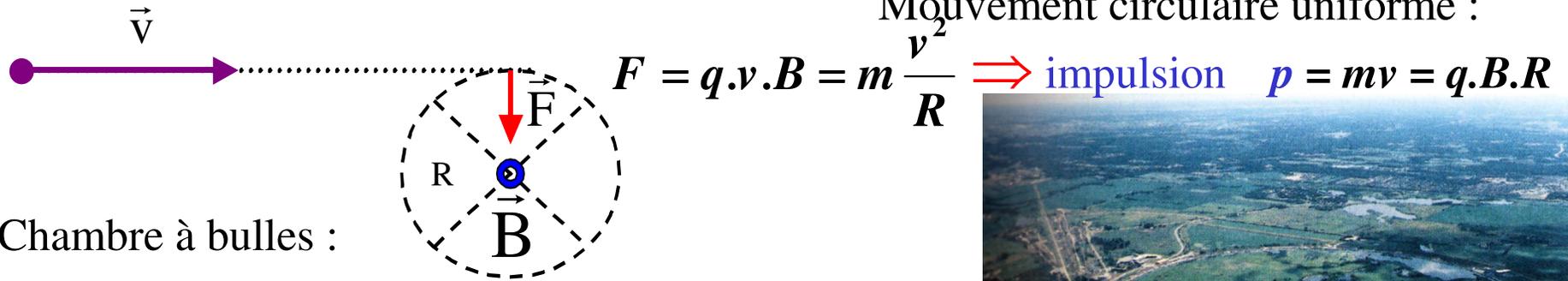


La force magnétique exercée sur les électrons est donnée par : $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$

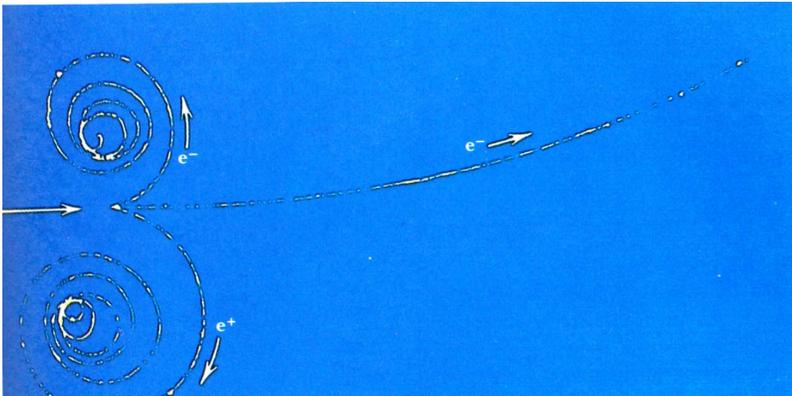
2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.2.3 Application : Mouvement cyclotron

Mouvement circulaire uniforme :

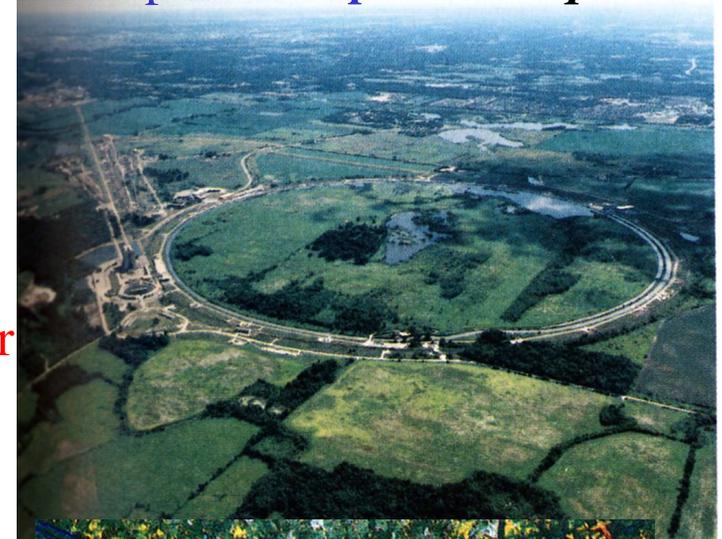


Chambre à bulles :

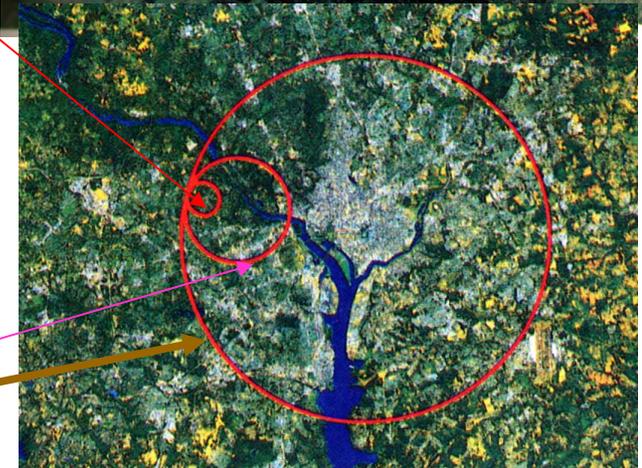


Création dans une chambre à bulles d'un électron (e^-) et d'un positron (e^+) à partir d'un rayon γ qui est entré en collision avec un atome d'hydrogène.

Fermi-lab
accelerator



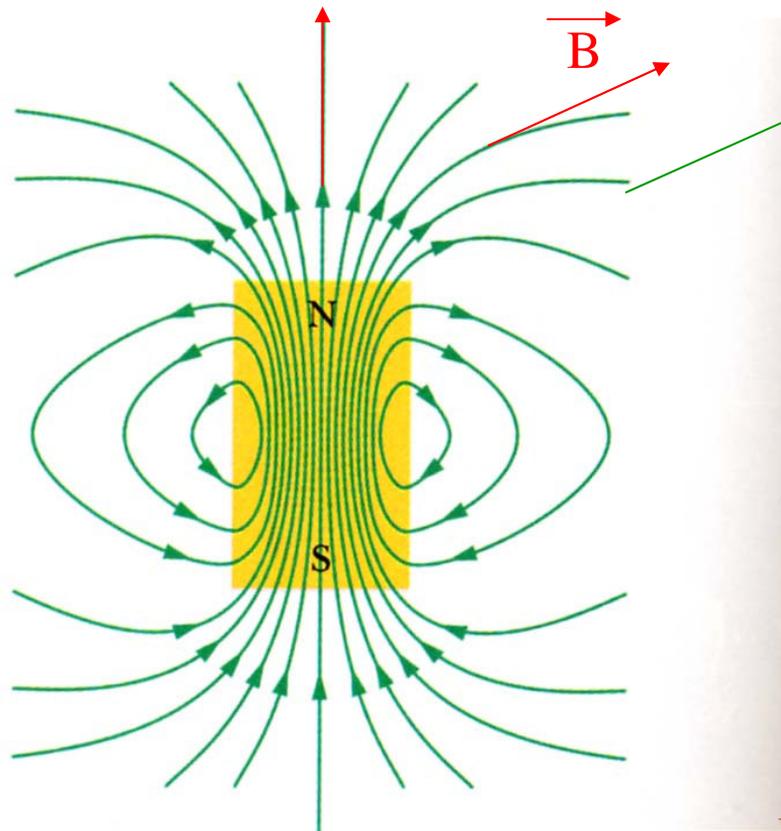
CERN



The superconducting super collider

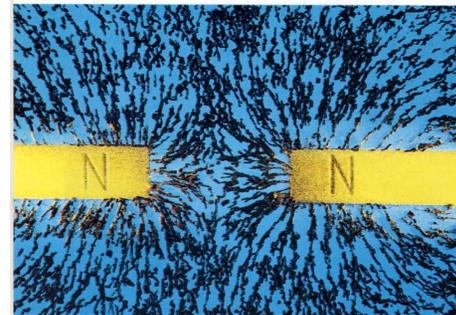
2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.3 Lignes de champ magnétique :



Lignes de champ magnétique

Le champ magnétique \vec{B} est tangenciel aux lignes de champ.



Les mêmes pôles se repoussent et les pôles opposés s'attirent comme les charges électriques, mais ...

on n'a jamais pu isoler un pôle magnétique

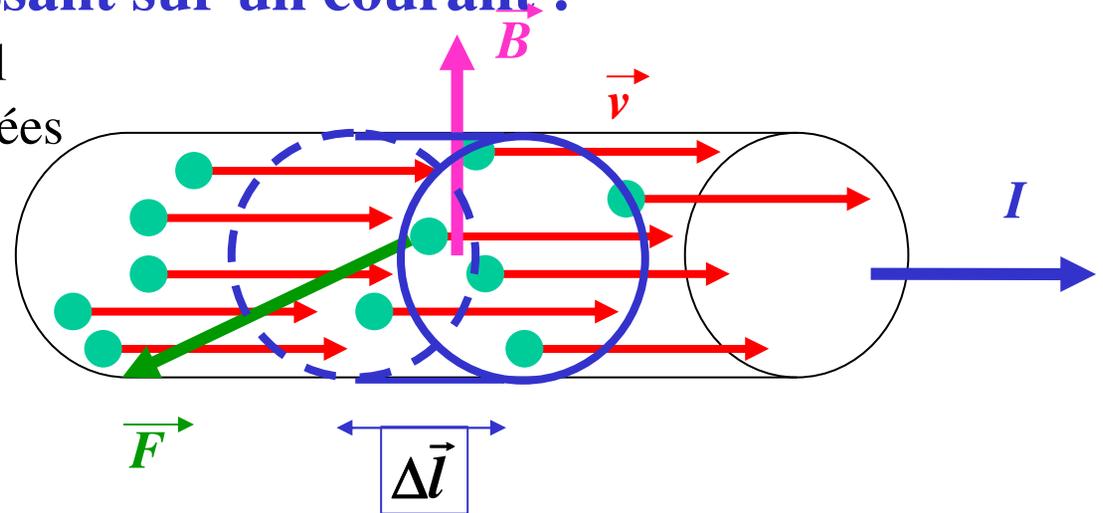
2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.4 - Force magnétique agissant sur un courant :

Le courant électrique dans un fil est constitué de particules chargées en mvt le long du fil, avec une vitesse \vec{v} .

Chaque charge subit une force

Transversale : $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$



Pour N charges/unité de volume, le nombre de charges dans le volume $\Delta\Omega$ est $N\Delta\Omega$.

La force ΔF agissant sur $\Delta\Omega$ est :

$$\Delta\vec{F} = N\Delta\Omega \left(q \langle \vec{v} \rangle \times \vec{B} \right) = \Delta\Omega \left(\vec{J} \times \vec{B} \right) \quad \text{car } \vec{J} = Nq \langle \vec{v} \rangle$$

Si le courant est uniforme et la section du fil est $S \rightarrow \Delta\Omega = S\Delta l$

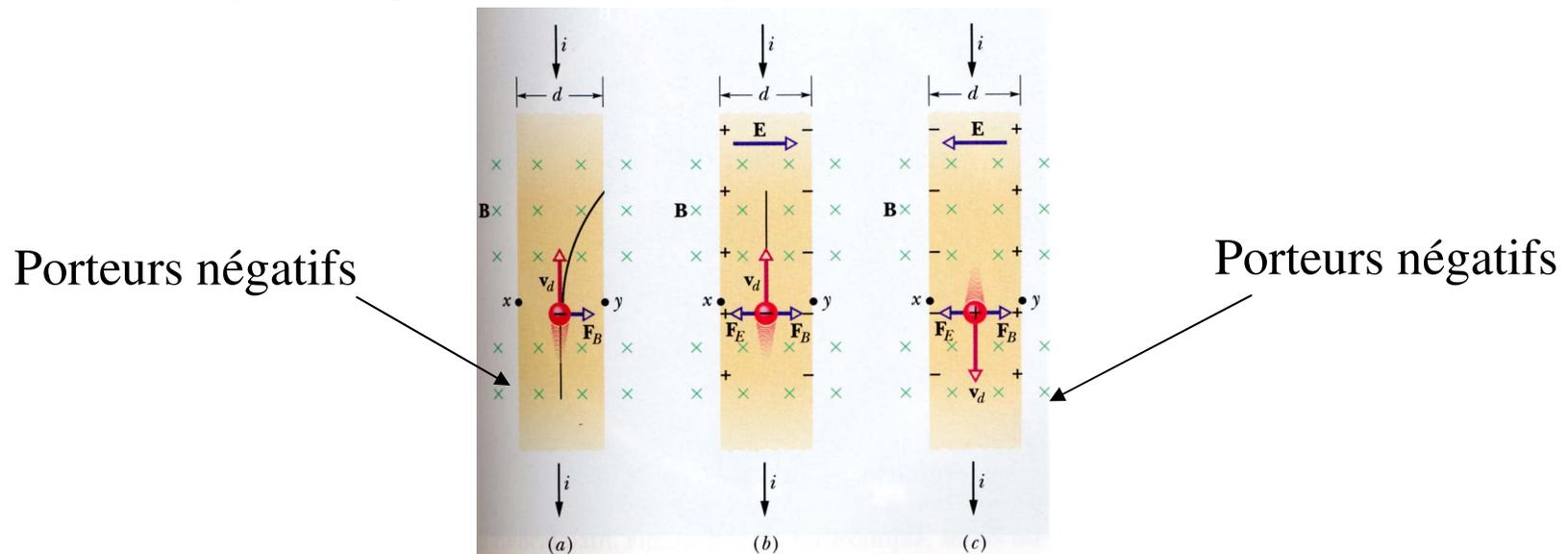
$$\Delta\vec{F} = \Delta l S \left(\vec{J} \times \vec{B} \right) = \Delta l \left(\vec{I} \times \vec{B} \right) \quad (\text{car } I = J S)$$

La force f par unité de longueur est : $\vec{f} = \frac{\Delta\vec{F}}{\Delta l} = \vec{I} \times \vec{B}$

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.5 Effet Hall :

En 1879, E. H. Hall, de l'Université de Harvard, a fait une expérience permettant de déterminer le signe des porteurs de charges d'un conducteur.



L'expérience de l'effet Hall permet de choisir entre les porteurs négatifs et positifs.

Le champ magnétique B produit une force de déviation des porteurs :

$$\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B} \quad (\text{les porteurs dérivent vers la droite à mesure qu'ils se déplacent})$$

Ces porteurs produisent une différence de potentiel V_{xy} (**tension Hall**) transversale entre les points x et y .

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

Le **signe de la tension de Hall** permet de déterminer le **signe des porteurs de charges**.
L'expérience montre que dans les **métaux** les porteurs de charges sont négatifs (**électrons**)

Les porteurs ne s'accumulent pas indéfiniment sur la bordure droite du ruban car le déplacement des charges donne lieu à un champ électrique E_H transversal qui s'oppose à la dérive latérale des porteurs.

$$E_H = \frac{V_{xy}}{d}$$

L'équilibre est atteint après un certain temps de relaxation :

$$q\vec{E}_H + q\vec{v} \times \vec{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_H = -\vec{v} \times \vec{B}$$

La mesure de E_H et B donne la grandeur et le sens de la vitesse v des porteurs

On peut également déterminer la densité n des porteurs :

$$E_H = v B \quad \text{et} \quad v = -J/ne \quad (-1/ne \text{ est le facteur de Hall})$$


$$E_H = -JB/ne \quad \text{ou} \quad n = -JB/eE_H$$

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

Exemple : Ruban de cuivre

$B = 1.5 \text{ T}$, $d = 2 \text{ cm}$ (largueur), $h = 1 \text{ mm}$ (épaisseur), $I = 200 \text{ A}$, $V_{xy} = 16,8 \text{ } \mu\text{V}$.

$$n = -JB/eE_H \quad \text{et comme} \quad E_H = \frac{V_{xy}}{d} \quad \text{et} \quad J = I/S = I/(dh)$$

 $n = IB / (V_{xy}eh) = (200 \times 1,5) / (1,68 \times 10^{-5} \times 1,6 \times 10^{-19} \times 10^{-3})$
 $= 11 \times 10^{28} \text{ porteurs/ m}^3$

Métal	n par effet Hall	n calculé en supposant 1 électron/atome
Na	$2,5 \times 10^{28}$	$2,6 \times 10^{28}$
Cu	11×10^{28}	$8,4 \times 10^{28}$
Ag	$7,4 \times 10^{28}$	$6,0 \times 10^{28}$
Au	$8,7 \times 10^{28}$	$5,9 \times 10^{28}$

2 – FORCE ET CHAMPS MAGNETIQUE

2.6 Force d'interaction entre charges en mouvement ($v \ll c$)

Soient, à un instant t donné, deux particules de charges q_1 et q_2 , localisées aux points M_1 et M_2 et animées de vitesses v_1 et v_2 .

La force exercée par la particule 2 sur la particule 1 :

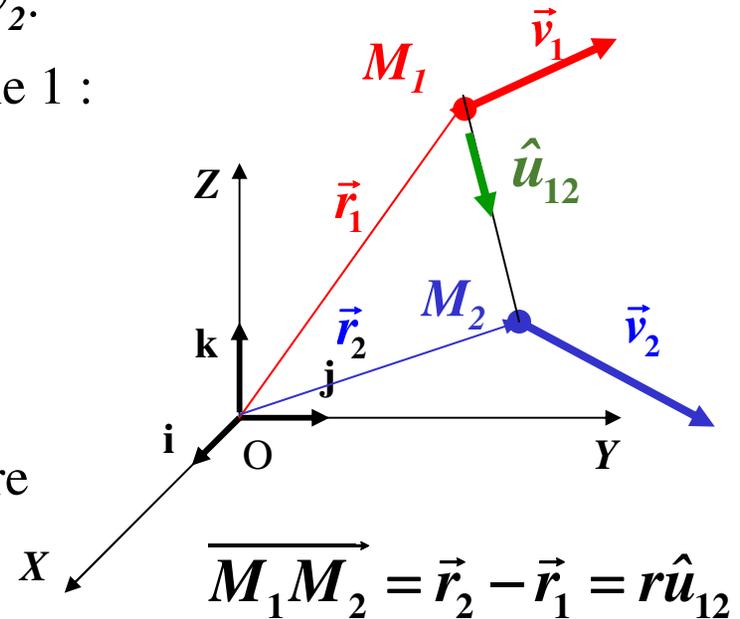
$$\vec{F}_{2 \leftarrow 1} = \frac{\mu_0}{4\pi} q_2 \vec{v}_2 \times \left(\frac{q_1 \vec{v}_1 \times \hat{u}_{12}}{r_{12}^2} \right)$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ MKSA Perméabilité du vide

$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$ $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ vitesse de la lumière

➔

$$\frac{F_{mag}}{F_{elect}} \sim \frac{v_1 v_2}{c^2} \ll 1$$



- ✓ $|F|$ dépend des orientations des trois vecteurs
- ✓ $F \neq a u_{ij}$ (force non centrale)
- ✓ $F_{1 \leftarrow 2} \neq -F_{2 \leftarrow 1} \Rightarrow P_1 + P_2 \neq Cte \Rightarrow$ l'introduction de P_{champ} .
- ✓ La force magnétique obéit au principe de superposition

$$\vec{F}_i = \sum_{j \neq i} \vec{F}_{i \leftarrow j}$$

2 - FORCE ET CHAMPS MAGNETIQUE

2.6 - Forces d'interaction magnétique entre charges en mouvement

Soit un système de n charges $\{q_1(M_1), q_2(M_2), \dots, q_n(M_n)\}$

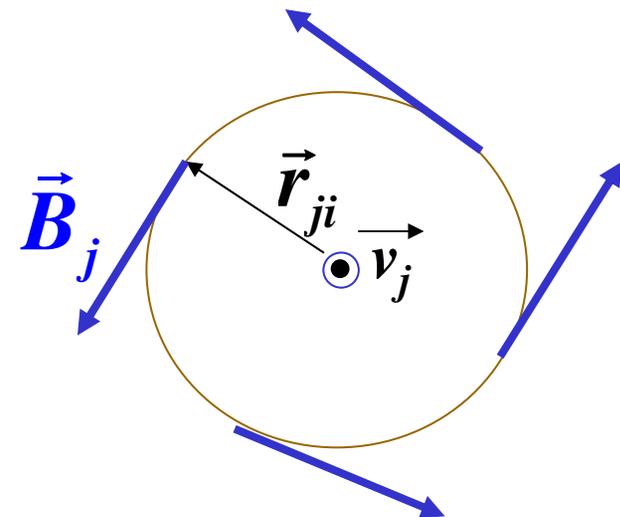
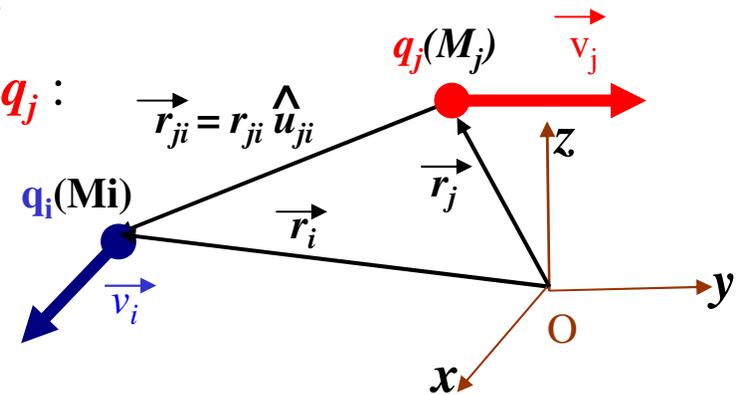
A instant t donné, q_i se déplace avec la vitesse $\mathbf{v}_i \ll c$.

Force s'exerçant sur la charge q_i par la particule q_j :

$$\vec{F}_{i \leftarrow j} = q_i \vec{v}_i \times \vec{B}_j(\vec{r}_i)$$

avec

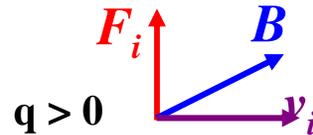
$$\vec{B}_j(\vec{r}_i) = \frac{\mu_0 q_j}{4\pi r_{ji}^2} \vec{v}_j \times \hat{u}_{ji}$$



2 – FORCES ET CHAMPS MAGNETIQUES

✓ Le principe de superposition

$$\vec{F}_i = \sum_{j \neq i} \vec{F}_{i \leftarrow j} = \sum_{j \neq i} q_i \vec{v}_i \times \vec{B}_j(\vec{r}_i)$$



$$\vec{B}(\vec{r}_i) = \sum_{j \neq i} \vec{B}_j(\vec{r}_i)$$

F_i : force qui s'exerce sur une charge q_i de vitesse v_i en un point M_i repéré par r_i , où règne un champ B , superposition des champs créés par un ensemble de charges en mouvement.

Remarques

✓ La force d'interaction magnétique dépend de l'orientation des trois vecteurs v_i , v_j et r_{ij} .

⇒ force non centrale

✓ Relation entre le champ électrique et magnétique d'une particule de vitesses v en un point r :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v} \times \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}(\vec{r})$$

Diapositive 20

Vnd1

Alouani

Votre nom d'utilisateur; 14/09/2005

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.7 - Champ magnétique créé par un courant

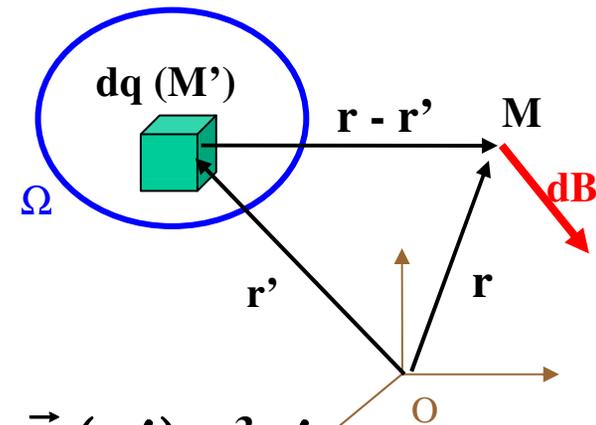
Les sources de champ sont d'ordinaire des courants continus caractérisés par $\mathbf{j}(\mathbf{r})$.

2.4.1 - Expression générale

Si une charge élémentaire dq est animée d'une vitesse \mathbf{v} , elle produit en un point M un champ magnétique :

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq\vec{v} \times \hat{u}_r}{r^2} \quad \hat{u}_r = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

$$dq\vec{v} = \rho(\vec{r}') d^3r' \vec{v} = \vec{J}(\vec{r}') d^3r'$$



➔ Le champ en M est obtenu par intégration sur tout l'espace Ω où existe la densité de courant $\mathbf{j}(\mathbf{r}')$:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\Omega} \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

Diapositive 21

n2

nourredi; 11/05/2002

2 – FORCE ET CHAMPS MAGNETIQUE

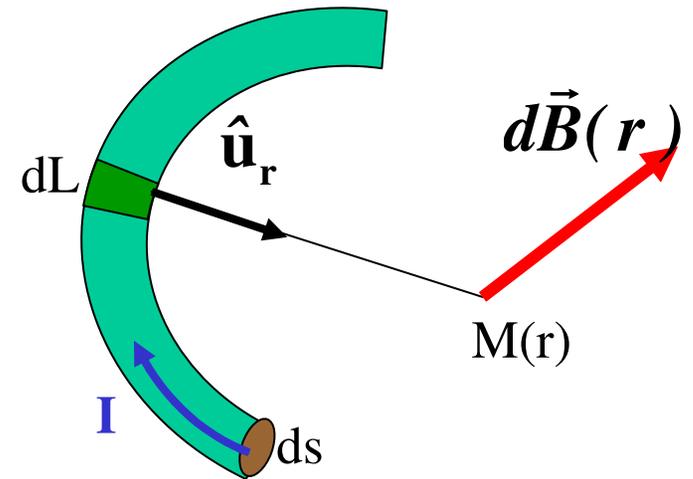
2.8 – Loi de Biot-Savart

Soit un conducteur filiforme de section ΔS , parcouru par un courant électrique I :

$$I = \vec{j}(\vec{r}) d\vec{S}$$

$$\vec{j}(\vec{r}) d^3 r = \vec{j}(\vec{r}) \cdot dS \cdot dL = I \cdot d\vec{L}$$

$$\rightarrow d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{L} \wedge \hat{u}_r}{r^2}$$



$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_C \frac{d\vec{L} \wedge \hat{u}_r}{r^2}$$

Loi de Biot-Savart

Diapositive 22

n3

nourredi; 11/05/2002

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.9 - Applications

2.9.1 Champ magnétique créé par un fil uniforme

dL créé en M un champ élémentaire $d\vec{B}$

$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{L} \times \hat{u}}{r^2}$ Loi de Biot-Savart

$d\vec{L} \times \hat{u} = dL \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \hat{k} = dL \cos \alpha \hat{k} = rd \alpha \hat{k}$

↓ $OM = a$ et $\cos \alpha = a/r$

$$d\vec{B} \perp (d\vec{L}, \overrightarrow{OM})$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{a} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha \hat{k} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{a} \hat{k}$$

Le champs résultant à une symétrie axiale

Diapositive 23

n4

nourredi; 11/05/2002

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.9.2 - Champ magnétique créé par une spire circulaire

On se limite au calcul de \mathbf{B} en un point M de l'axe de la spire distant de d du centre

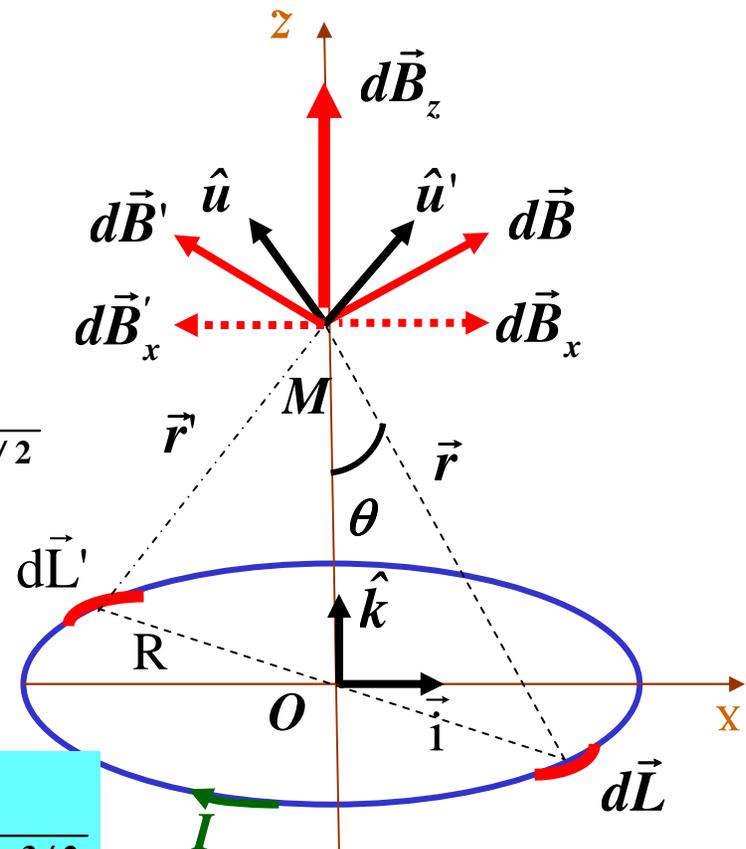
$$d\vec{B} \begin{cases} d\vec{B}_x // \text{ au plan de la spire} \\ d\vec{B}_z // \text{ à l'axe de la spire} \end{cases}$$

Par raison de symétrie $d\vec{B}_x = -d\vec{B}'_x$

$$dB_z(M) = 2d\vec{B} \cdot \hat{k} \quad \sin \theta = \frac{R}{(R^2 + d^2)^{1/2}}$$

$$dB_z = 2 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin \theta}{r^2} = 2 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IRdL}{(R^2 + d^2)^{3/2}}$$

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_z = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + d^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{IS}{(R^2 + d^2)^{3/2}}$$



Diapositive 24

n5

nourredi; 11/05/2002

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

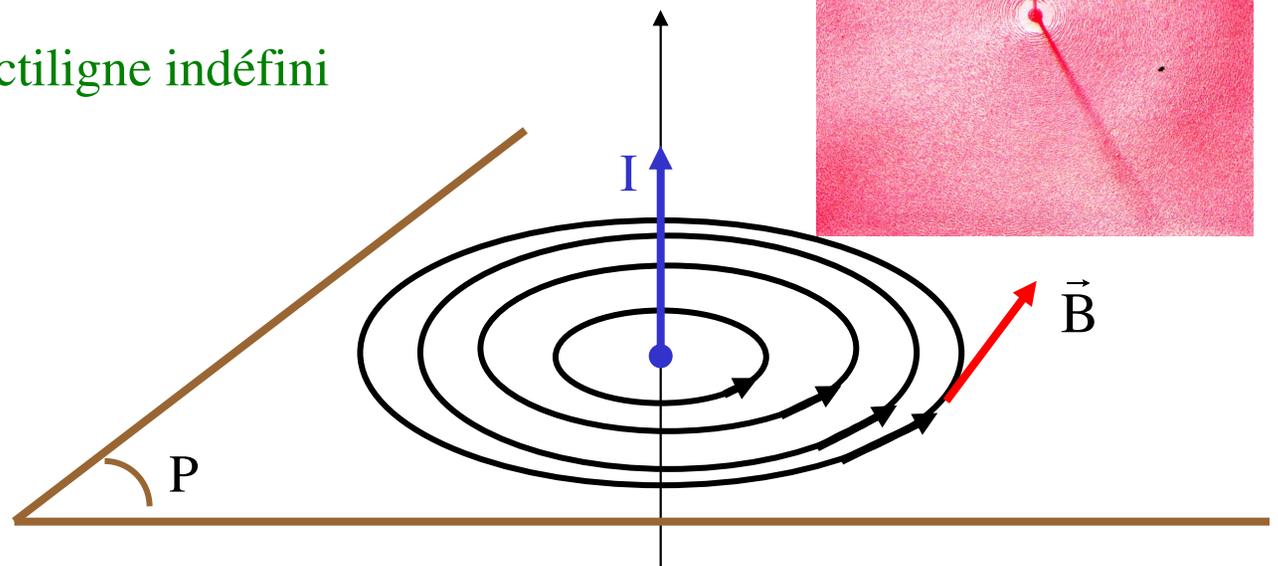
2.10 – Lignes de champ

- ✓ Tangente au vecteur champ magnétique \mathbf{B} en chaque point de l'espace
- ✓ Nombre de lignes traversant une surface unité est proportionnelle à B
- ✓ Orientation : règle tire bouchon
- ✓ Entourent les courants électriques qui les produisent

Exemple : Conducteur rectiligne indéfini

Symétrie axiale

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



Lignes de champs : cercles concentriques normales au conducteur

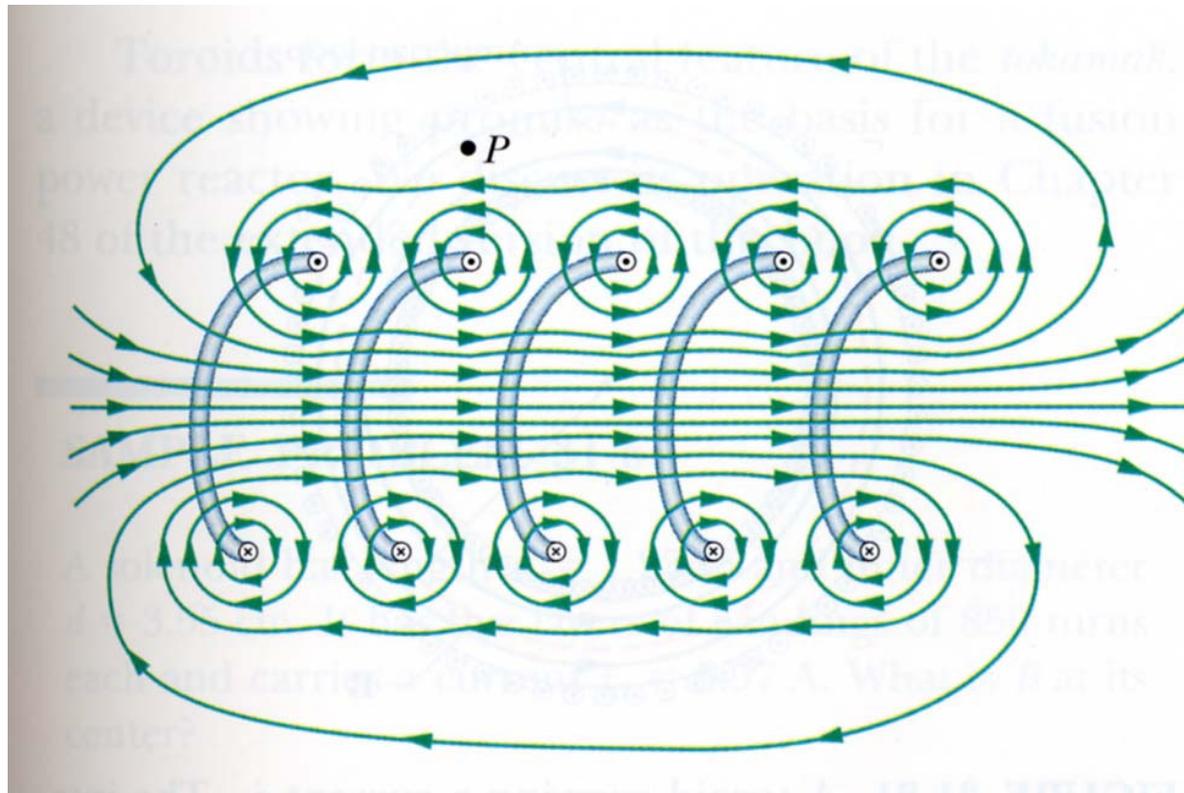
Diapositive 25

n6

nourredi; 11/05/2002

2 – FORCE ET CHAMP MAGNETIQUE

2.10 – Lignes de champ



Solénoïde à spires non jointives

Diapositive 26

n7

nourredi; 11/05/2002

3 – THEREME d'AMPERE

C'est l'équivalent en magnétostatique du théorème de GAUSS, il donne la relation entre le courant électrique et le champ magnétique.

3.1 – Forme intégrale

L'intégrale de \vec{B} sur un contour fermé entourant le courant électrique I dans le sens direct est égale à μ_0 fois l'intensité.

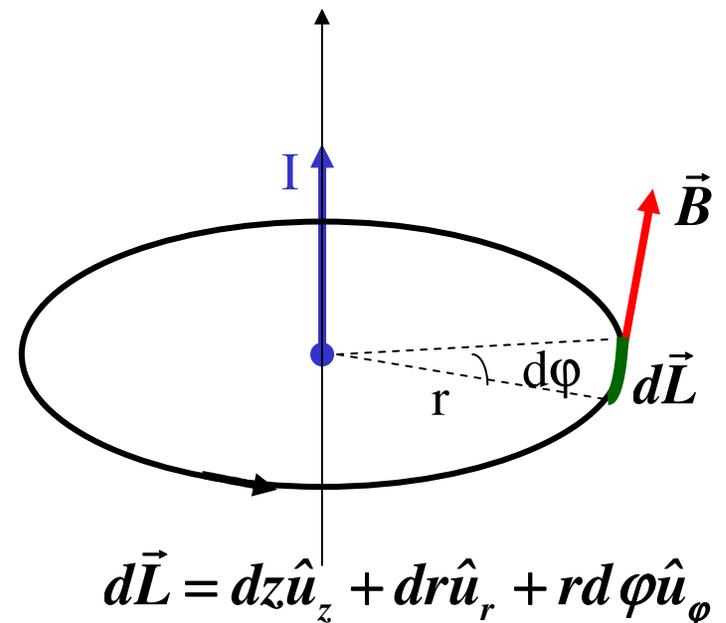
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 I$$

Exemple : Conducteur rectiligne $\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi r} I \hat{u}_\varphi$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{L} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0}{2\pi} I d\varphi = \mu_0 I$$

Corollaire :

Si le contour C n'entoure pas le conducteur $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{L} = 0$



3 – THEREME d'AMPERE

Généralisation

La circulation de \vec{B} le long d'une courbe fermée orientée quelconque est égale à μ_0 fois la somme algébrique des courants enlacés par cette courbe.

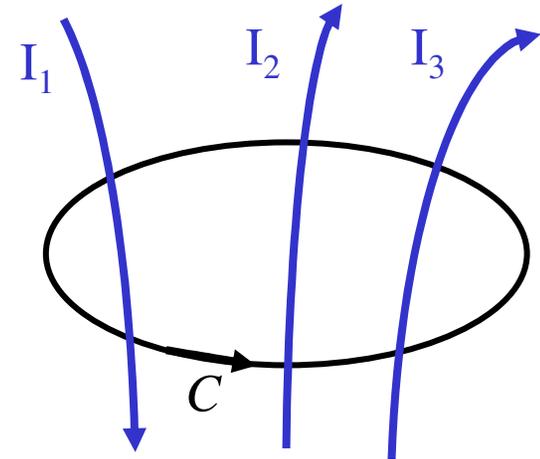
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 (I_2 + I_3 - I_1)$$

Car $\oint_C \vec{B}_i \cdot d\vec{L} = \mu_0 I_i$ et $\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$

La forme intégrale du théorème d'Ampère :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{L} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

S : surface s'appuyant sur C



3 – THEREME d'AMPERE

3.2 – Forme locale

En appliquant le théorème de Stokes $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{L} = \iint_{\Sigma} \vec{\nabla} \times \vec{B} d\vec{S} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$

→ $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ Relation entre le champ en un point et les charges en mouvement en ce point.

B est défini au gradient d'une fonction scalaire prés.

✓ On observe que le flux de **B** à travers n'importe qu'elle surface fermée est nul.

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \iff \iiint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} d^3r = 0 \iff \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Le champ **B** est défini de façon unique et à un champ uniforme B_0 prés par les deux relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \end{array} \right. \iff \text{analogie} \iff \left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \end{array} \right.$$

3 – THEREME d'AMPERE

3.3 – Potentiel vecteur

Champ électrique \vec{E} \longrightarrow L'existence d'un potentiel scalaire V : $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

Champ magnétique \vec{B} \longrightarrow L'existence d'un potentiel vecteur : $\vec{B} = -\vec{\nabla} \times \vec{A}$

\longrightarrow Théorème d'Ampère : $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{j}$

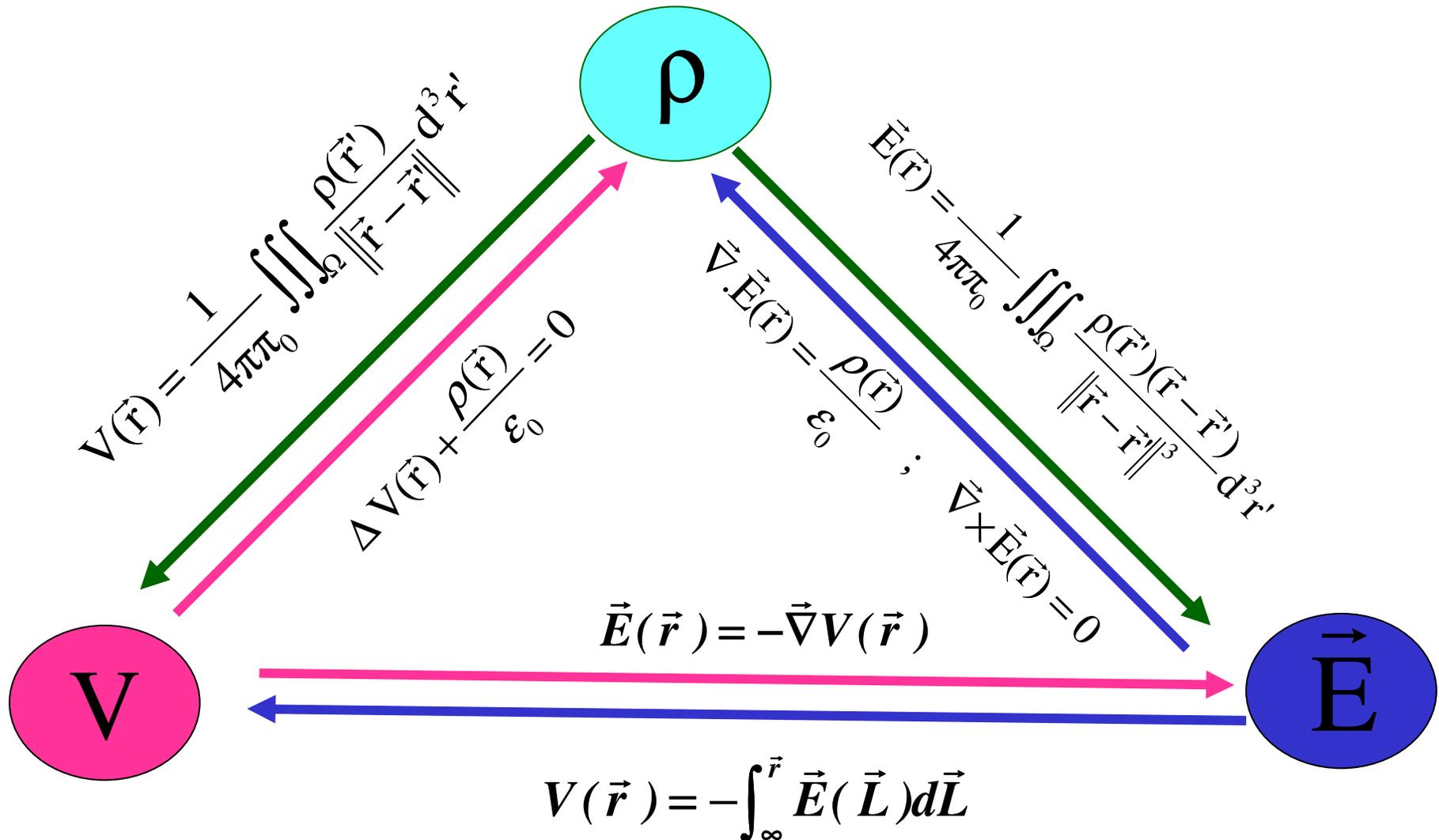
On montre que $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\Delta \vec{A} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})$

parmi l'ensemble des fonctions \vec{A} solutions, on choisit celle qui correspond

$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ (Jauge de Coulomb)

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{j} \\ \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{\Omega} \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} d^3 r' \end{array} \right. \begin{array}{c} \longleftarrow \text{analogie} \longrightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \\ V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{\Omega} \frac{\rho(\vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} d^3 r' \end{array} \right.$$

Résumé : Triangle (ρ , V , \vec{E})



Résumé : Triangle (j, A, B)

