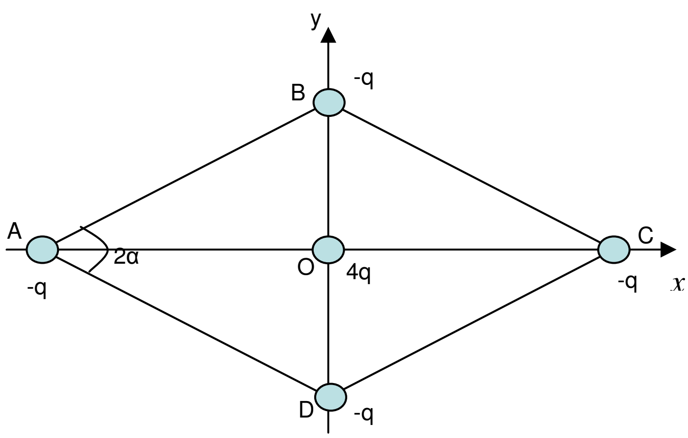
**Université Louis Pasteur** **Janvier 2006**
**L2 Physique et Applications**
**Année 2005-2006**

Examen d'électromagnétisme – S3
(durée 2 heures)

*Les documents et calculettes ne sont pas autorisés.*

## Charges sur un losange

On considère la distribution plane de charges ponctuelles représentée sur la figure. Le quadrilatère *ABCD* est un losange de côté a et d'angle aigu au sommet $2\alpha$. A chaque sommet se trouve la charge $-q$, au centre $O$, la charge $+4q$.
1. Calculer en fonction de l'angle $\alpha$, l'énergie électrostatique $W(\alpha)$ de la distribution.
2. Représenter $W(\alpha)$ en fonction de $\alpha$ entre zéro et $\pi/2$. Constatation et conclusion.




## Equations de Maxwell

1. Donner les expressions locales des quatre équations de Maxwell dans le vide.
2. On considère le champ électrique $\vec{E}(z,t) = E_0 \cos\left(\omega(t - \frac{z}{c})\right)\hat{u}_x$, où $\omega$ est une fréquence angulaire, $c$ la vitesse de la lumière dans le vide et $\hat{u}_x$ un vecteur unitaire suivant l'axe $Ox$. Utiliser une des équations de Maxwell pour déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ associé à $\vec{E}$.
3. Déterminer la densité volumique d'énergie électromagnétique.

On rappelle les expressions du gradient, de la divergence et du rotationnel en coordonnées cartésiennes :

$$grad(f) = \vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$$

$$div(\vec{A}) = \vec{\nabla} \bullet \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$rot(\vec{A}) = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\hat{x} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\hat{z}$$

où $\hat{x}$, $\hat{y}$ et $\hat{z}$ sont les vecteurs unitaires suivant les directions *x, y, z* respectivement; *f est* une fonction scalaire et $\vec{A}$ un champ de vecteurs.

## Induction électromagnétique

Soit un fil électrique infini orienté suivant l'axe Oz et parcouru par un courant *I*.

1. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ à une distance $L+\boldsymbol{x}$ perpendiculaire à ce fil.

Une spire rectangulaire, de côtés *a* et *b* est disposée au voisinage de ce fil rectiligne infini situé dans son plan (voir figure).

2. Calculer l'élément de flux $d\Phi$ de $\vec{B}$ à travers la surface de côtés *b* et *dx* (voir figure), puis intégrer ce flux pour trouver le flux total $\Phi$ à travers la surface de la spire.
3. Calculer le coefficient d'inductance mutuelle *M* fil-spire, sachant que $\Phi = MI$.
4. On tire la spire avec une vitesse *v* constante perpendiculaire au fil. Déterminer la force électromotrice d'induction et le sens du courant induit dans la spire.